# Considerações sobre o método Simplex

## Método simplex: 1,2,3,4 e 5 !

- 1 – Escrever as equações numa **forma canónica** (tabular)
- 2 – Começar com uma **solução inicial** viável
- 3 – **Melhorar** a solução usando uma das restrições
- 4 – **Testar a optimalidade** da solução
- 5 – **Repetir** os passos 3 e 4 até não ser possível melhorar mais

# Revendo: 1,2,3,4,5

- 1 – Escrever a tabela
  - Introduzir variáveis de folga, que passam a ser variáveis básicas da tabela
- 2 – Escolher solução inicial
  - Implícita na escrita da tabela
  - Todas as variáveis de decisão são nulas, e as de folga são máximas

# Revendo: 1,2,3,4,5

- 3 – Melhorar
  - Escolher variável que entra (maior A)
    - Maior A… em valor absoluto… desde que seja negativo
  - Escolher variável que sai (menor B/A), e consequentemente qual a equação da qual a nova variável é base
  - Acertar a tabela
    - A nova variável base tem que ter coeficiente 1 na sua linha, e zero nas restantes $\Rightarrow$ condensação de Gauss
- 4 – Testar optimalidade
  - Existem mais A ?
- 5 – Repetir se necessário

# No problema da Wyndor Glass

- Tabela inicial
  - Solução $X_1=X_2=0$

| V | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | -3 | -5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $s_1$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| $s_2$ | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 12 |
| $s_3$ | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 18 |

- 1ª Iteração
  - Solução $X_1=0$ $X_2=6$

| V | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | -3 | 0 | 0 | 5/2 | 0 | 30 |
| $s_1$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| $x_2$ | 0 | 1 | 0 | 1/2 | 0 | 6 |
| $s_3$ | 3 | 0 | 0 | -1 | 1 | 6 |

- 2ª Iteracão
  - Solução $X_1=2$ $X_2=6$

| V | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 0 | 0 | 0 | 3/2 | 1 | 36 |
| $s_1$ | 0 | 0 | 1 | 1/3 | 1/3 | 2 |
| $x_2$ | 0 | 1 | 0 | 1/2 | 0 | 6 |
| $x_1$ | 1 | 0 | 0 | -1/3 | 1/3 | 2 |

# Considerações…

- Graus de liberdade
  - Cada restrição acrescenta 1 variável de folga, e a função de custo tem a variável custo, logo
    - Há sempre mais graus de liberdade do que restrições
    - É sempre possível arbitrar valores para algumas variáveis
  - Variáveis base podem nunca ser escolhidas
    - Exemplo
      - $Z= 4x + 2y$,   $2x + 2y \leq 2$

## Solução ilimitada

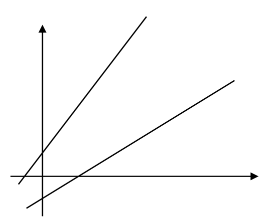
- Ao tentar escolher a variável de saída, todos os $a_{ij}$ são negativos ou nulos
- Não há solução óptima
  - Normalmente o problema foi mal especificado
- Exemplo:
  - $Z=x_1+2x_2$
    - $-2x_1+x_2 \le 2$, $x_1-2x_2 \le 6$

## Solução ilimitada

- $Z=x_1+2x_2$
  - $-2x_1+x_2 \le 2$
  - $x_1-2x_2 \le 6$

| V | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Z | -1 | -2 | 0 | 0 | 0 |
| $s_1$ | -2 | 1 | 1 | 0 | 2 |
| $s_2$ | 1 | -2 | 0 | 1 | 6 |

| V | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Z | -5 | 0 | 2 | 0 | 4 |
| $s_1$ | -2 | 1 | 1 | 0 | 2 |
| $s_2$ | -3 | 0 | 2 | 1 | 10 |



# Solução degenerada

- Surge quando temos 2 variáveis **"empatadas" para sair**
- Escolher uma delas aleatoriamente
  - Estamos a melhorar a solução à custa de um recurso, em vez de outro.
  - Ficamos com uma variável básica nula
  - A situação pode ocorrer no final, ou num passo intermédio

# Exemplo de função degenerada

- Max $Z = 3x_1 + 4x_2$
  - $x_1 + x_2 \leq 9$,
    $2x_1 + 3x_2 \leq 18$

| V | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | -3 | -4 | 0 | 0 | 0 | |
| $s_1$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 9 | 9/1 |
| $s_2$ | 2 | 3 | 0 | 1 | 18 | 18/3 |

| V | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Z | -1/3 | 0 | 0 | 4/3 | 24 |
| $s_1$ | 1/3 | 0 | 1 | -1/3 | 3 |
| $x_2$ | 2/3 | 1 | 0 | 1/3 | 6 |

| V | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Z | 0 | 0 | 1 | 1 | 27 |
| $x_1$ | 1 | 0 | 3 | -1 | 9 |
| $x_2$ | 0 | 1 | -2 | 1 | 0 |

# Solução óptima múltipla

- Surge quando temos só 0 nos coeficientes das variáveis de decisão na função de custo, mas ainda temos variáveis de folga na base
- Uma das restrições é perpendicular ao gradiente da função de custo
- Podemos passar uma dessas variáveis para a base