

# Investigação Operacional e Gestão de Projectos

Victor Lobo, Maria do Carmo  
Lucas, Miguel Loureiro



## Programa

- 0 – Introdução
- 1 - Programação Linear. Método Simplex e variantes
- 2 – Problemas de Transportes
- 3 – Problemas de Afectação
- 4 – Problemas em Redes
- 5 – Optimização Não-linear e Métodos heurísticos
- 6 – Noções Fundamentais de Gestão de projectos
- 7 – Aspectos Organizacionais
- 8 – Metodologias
- 9 – Representação Gráfica
- 10 – Planeamento e controlo de recursos
- 11 - Introdução ao Microsoft Project

# Programa detalhado

- 0 – **Introdução a IO**
  - Pequena introdução à História da IO
  - Tipos de problemas e de soluções
  - Casos de aplicação
  - Revisões de matemática básica
- 1 - **Programação Linear**
  - Descrição de problemas de Programação Linear (PL)
  - Introdução à nomenclatura de PL
  - Formulação de problema em PL
  - Resolução de PL pelo método gráfico
  - O método **Simplex**
  - Referência a outros métodos (Dual, duas fases, Big M, Karmakar, elipsóide)
  - Utilização de software para problemas de PL
  - Análise de sensibilidade e análise paramétrica
  - Variáveis duais. Interpretação económica das variáveis duais

# Programa detalhado

- 2 – **Problemas de Transportes**
  - Formulação
  - Algoritmo dedicado
- 3 – **Problemas de Afectação**
  - Formulação
  - Algoritmo Húngaro
- 4 – **Problemas de optimização em rede**
  - Nomenclatura de grafos
  - Formulação e resolução de problemas de caminho mais curto
  - Formulação e resolução de problemas de árvore de cobertura mínima
  - Formulação e resolução de problemas de máximo fluxo
- 4 - **Optimização Não-Linear e Métodos heurísticos**
  - Introdução e método do gradiente
  - Heurísticas construtivas e melhorativas
  - Heurísticas “gananciosas”
  - Pesquisas locais. Stochastic Hill Climbing, Simulated Annealing, Tabu Search
  - Algoritmos Genéticos

# Programa detalhado

## 2<sup>a</sup> parte da cadeira

- 6 – Noções Fundamentais de Gestão de projectos
- 7 – Aspectos Organizacionais
- 8 – Metodologias
- 9 – Representação Gráfica
- 10 – Planeamento e controlo de recursos
- 11 - Introdução ao Microsoft Project

# Bibliografia

- Livro de texto
  - **Introduction to Operations Research, 8th edition**, F. Hiller & G. Lieberman, McGraw- Hill, 2005
- Outros
  - **Investigação Operacional**, M.Magalhães-Hill, M.M. Santos, Edições Sílabo, 1999
  - **Investigação Operacional**, L.V. Tavares, R.C. Oliveira, Isabel Themido, F.N.Correia,McGraw-Hill, 1996
  - **Operations Research – Applications and Algorithms**, W. Winston, 3rd edition, Intertantion Thompson Publishing, 1994

## Resolução de problemas

- Papel e lápis
- MS-Excel
- Programas de IO
- Programas desenvolvidos pelo próprio
  
- Ideia geral
  - Usar Excel sempre que possível

## Horário de dúvidas e contactos

- [vlobo@isegi.unl.pt](mailto:vlobo@isegi.unl.pt)
  - Dúvidas
    - 2ª Feira às 21:30
    - Por mail em qualquer altura
    - Sempre que estiver no ISEGI (!)
  
  - Material de apoio
    - [www.isegi.unl.pt/docentes/vlobo](http://www.isegi.unl.pt/docentes/vlobo)

# Avaliação

- Exame Final (40%)
- Trabalhos
  - Trabalho individual de pesquisa e síntese
    - Ler, apresentar, e comentar um artigo sobre aplicações práticas de IO (10%)
  - Trabalho de Grupo de Investigação Operacional
    - Grupos de 3 ou 4. Resolver um problema em MS-EXCEL (10%)
  - Trabalho de Grupo de Gestão de Projectos (40%)
- Todas as provas são OBRIGATÓRIAS
  - Todas têm nota mínima

## O que é Investigação Operacional ?

- Investigar as operações
  - da empresa, embora tenha começado por operações militares
- Matemática aplicada à empresa
- Optimização
  - Optimização com restrições, optimização linear, não linear, inteira, com heurísticas, etc,etc...

## O que é importante nesta cadeira ?

- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais

## O que é importante nesta cadeira ?

- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Conhecer algumas formalizações “padrão”
- Compreender as aproximações e limitações dos modelos
- Conhecer alguns métodos de optimização
  - Saber que existem outros, e onde os encontrar.
- Ser capaz de resolver alguns problemas

# História de IO

- Pré-2<sup>a</sup> GG
- A 2<sup>a</sup> GG
- Evolução

# Ideias básicas

- Observar
  - Definir o problema e recolher dados
- Fazer modelos matemáticos
  - Se possível reduzir o problema a um modelo bem conhecido (é importante ter um “catálogo” de problemas bem conhecidos)
- Obter soluções a partir do modelo
  - Optimizar resultados, baseados nesses modelos
- Testar o modelo
  - Verificar se os resultados fazem sentido
  - Confirmar/rejeitar hipóteses
- Preparação e implementação prática
- Acompanhamento e verificação de resultados práticos

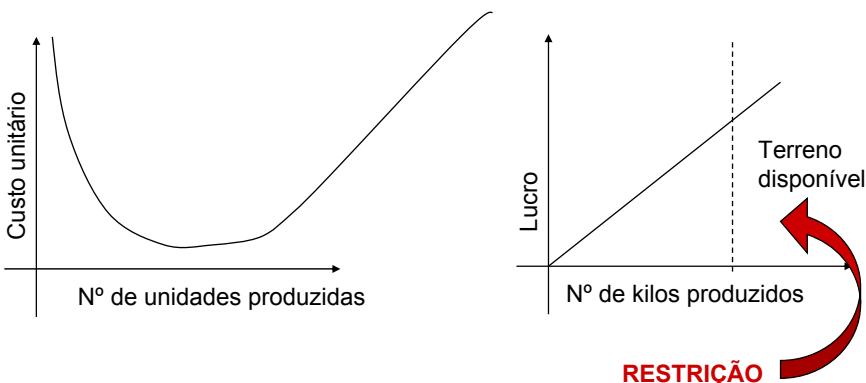
## Tipos de modelos

- Equações
  - Lineares, não lineares
- Sistemas de equações
- Regras lógicas (ou outras)
- Simuladores
- Restrições são muito importantes !

## Funções Objectivo

- O que é o obectivo
  - “Objectivo” pode ser custo (que se pretende minimizar)
  - “Objectivo” pode ser lucro (que se pretende maximizar)
- Problemas de maximização e minimização são equivalentes !
- Usa-se muitas vezes o termo “Função de CUSTO”, mesmo que seja para maximizar...

# Exemplos de funções Objectivo

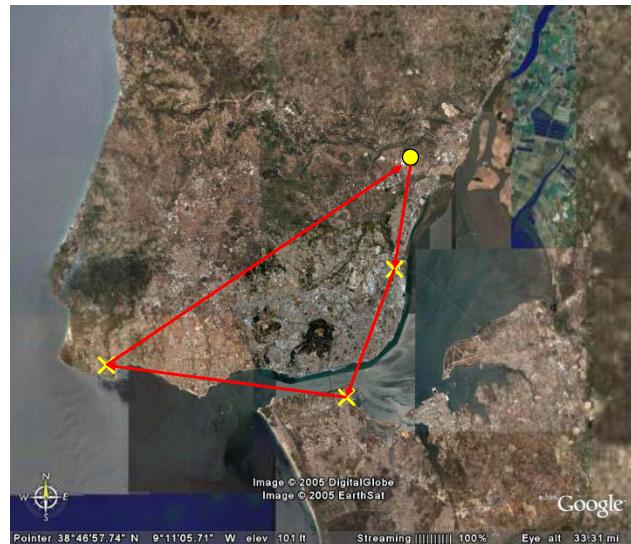


## Modelos Lineares

- Todas as funções são lineares:
  - $\text{Lucro} = 3x+2y+4z$ , com  $x+y+z=1$  e  $x+y \geq z$
  - $\text{Lucro} = 0.54 x$ , com  $x \leq 2$
- Exemplo:
  - Quero maximizar o lucro de uma exploração agrícola, que pode produzir batatas ( $x_1$ ), ou cebolas ( $x_2$ )
  - Cada tonelada de batata dá um lucro de 1000, e cada tonelada de cebola dá um lucro de 1200.
  - Para produzir uma tonelada de batata, são necessários 0.1 Hectares, e para produzir a mesma quantidade de cebolas são necessários 0.14 Hectares
  - Tenho só 2 Hectares de terra arável.
- Função de custo a maximizar:
  - $\text{Lucro} = 1000 x_1 + 1200 x_2$
- Restrições:
  - $0.1 x_1 + 0.14 x_2 \leq 2$

## Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



## Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



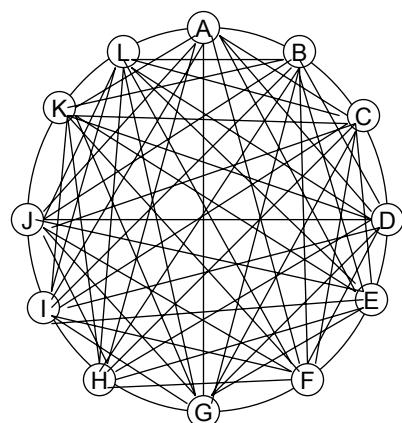
## Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



## Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa
- Formalização
  - Através de um grafo



## Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa
- Formalização
  - Através de uma matriz de custos (em tempo, em distância, em dinheiro, ou numa combinação de tudo...)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	0	25,4	86,5	20,9	67,5	39,8	73,8	4,43	78,1	54,1	19,1	31,6
B	25,4	0	79,9	55,6	0,31	89,6	72,6	81,9	7,96	41,5	23,5	89,7
C	86,5	79,9	0	1,66	2,1	68,1	59,5	22,1	50,2	98	96,6	68,5
D	20,9	55,6	1,66	0	55,9	69,3	50,2	14	70,8	42,9	99,5	15,8
E	67,5	0,31	2,1	55,9	0	49,1	91	70,1	67,2	40,7	71,9	38,8
F	39,8	89,6	68,1	69,3	49,1	0	42,7	21,8	94	79,9	97,1	77
G	73,8	72,6	59,5	50,2	91	42,7	0	99,8	97,4	61,8	34,8	8,71
H	4,43	81,9	22,1	14	70,1	21,8	99,8	0	81,7	6,04	56,4	15,5
I	78,1	7,96	50,2	70,8	67,2	94	97,4	81,7	0	31,4	52,5	9,89
J	54,1	41,5	98	42,8	40,7	79,9	61,8	6,04	31,4	0	97,8	21,4
K	19,1	23,5	96,6	99,5	71,9	97,1	34,8	56,4	52,5	97,8	0	17,9
L	31,6	89,7	68,5	15,8	38,8	77	8,71	15,5	9,89	21,4	17,9	0

Programação Linear

# Formulação

- Função de custo linear nas variáveis a optimizar
- Restrições são lineares
- Variantes:
  - Problema geral simples (Produção Geral)
    - resolúvel pelo método Simplex
  - Produção sequencial, “Napsac”, Trim-Loss, Transportes, etc, etc.

## Problema de produção geral

- Produtos  $x_1, x_2, x_3, x_4\dots$
- Lucros unitários  $C_1, C_2, C_3, C_4\dots$
- Limites de recursos  $B_1, B_2, B_3, \dots$
- Coeficientes técnicos (custos de produção) relativos a cada um dos recursos  $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{21}, A_{22}, \dots$

## Problema de produção geral

- Maximizar  $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots$

- Sujeito a

- $\square A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + A_{13}X_3 + \dots \leq B_1$

- $\square A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + A_{23}X_3 + \dots \leq B_2$

- $\square \dots$

- $\square X_1, X_2, X_3, \dots \geq 0$

Queremos ter o máximo

...mas os recursos são limitados

as quantidades são sempre positivas

Vamos rever o problema das batatas e cebolas...

- A solução é óbvia ?

