

Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

DECIMAL

- SÍMBOLOS 0,1 .. 9
- $1842 \Rightarrow 1 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 2 \times 10^0$

OCTAL

- SÍMBOLOS 0..7
- $1634 \Rightarrow 1 \times 8^3 + 6 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 4 \times 8^0$

HEXADECIMAL

- SÍMBOLOS 0..9,A,B,C,D,E,F
- $5F1A0 \Rightarrow 5 \times 16^4 + 15 \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 0 \times 16^0$

BINÁRIO

- SÍMBOLOS 0,1
- $10110 \Rightarrow 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

A **POSIÇÃO** é que dá importância ou **PESO** ao dígito. O dígito **Mais Significativo** é o que está mais à esquerda (MSB). O dígito **Menos Significativo** é o que está mais à direita (LSB)

SISTEMA BINÁRIO

IMPORTÂNCIA DO SISTEMA BINÁRIO

- Fácil implementação física
- Implementação com sistemas hidráulicos, eléctricos, luminosos, etc.

CONVERSÕES:

- DECIMAL \rightarrow BINÁRIO
- BINÁRIO \rightarrow DECIMAL

$26_d = 11010_b$

26_d 2
0 13
1 6
0 3
1 1 MSB

LSB

$10100110_b = 166_d$

10100110_b 166_d

$1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0_b = 166_d$

$128 \quad 64 \quad 32 \quad 16 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \quad 1$

$1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0$

$128+32+4+2=166$

BASES POTÊNCIAS DE 2

As bases que são potências de 2 são facilmente convertidas em binário e vice-versa

- Octal 1 dígito octal = 3 dígitos binários
- Hexadecimal 1 dígito hexa = 4 dígitos binários

$2 \quad D \quad 3$

1 3 2 3

$2D3_H = 1011010011_b = 1323_{oct}$

Vantagens

- Usam menos dígitos para representar um dado número
- São mais facilmente entendidas por humanos
- São muito usadas

Aritmética binária

Basicamente as mesmas regras que a aritmética decimal !

- Somam-se os números dígito a dígito
- De um dígito para o seguinte (mais significativo), pode "ir um", ou seja pode haver "CARRY"
- 1 e 1 são dois (ou seja 10_b)
- Exemplo:

Adição	$(11011)_2 + (10011)_2 = (101110)_2$	$(647)_{10} + (537)_{10} = (1184)_{10}$
--------	--------------------------------------	---

Multiplicação

$1101 \times 101 = 1101$	$152 \times 231 = 152$
0000	152
1101	456
1000001	304
35012	

São apenas deslocamentos e somas !!!

Aritmética binária

Numa máquina, o número de dígitos é FINITO

- Não posso usar todos os dígitos que quiser
- Há um número MÁXIMO que se pode representar:

Consequência da representação com um número FINITO de dígitos

- Os números não são representados por uma recta, mas sim por uma circunferência !

REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS NEGATIVOS

Problema:

- Como indicar que um número é negativo, sem usar o símbolo $-$ (usando apenas 0 e 1)
- Solução: usar uma das posições para representar o sinal

SINAL E MÓDULO (signed integer)

- O bit mais significativo representa o sinal, e os restantes a magnitude
- Sinal = 0 => Positivo (representação normal)
- Sinal = 1 => Negativo
- Exemplos:

0100 = 4	-7
1100 = -4	0
0010 = 2	1
1011 = -3	2

0 1 1 0

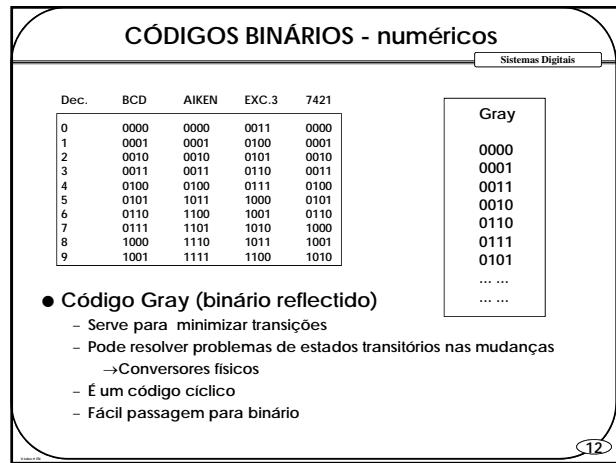
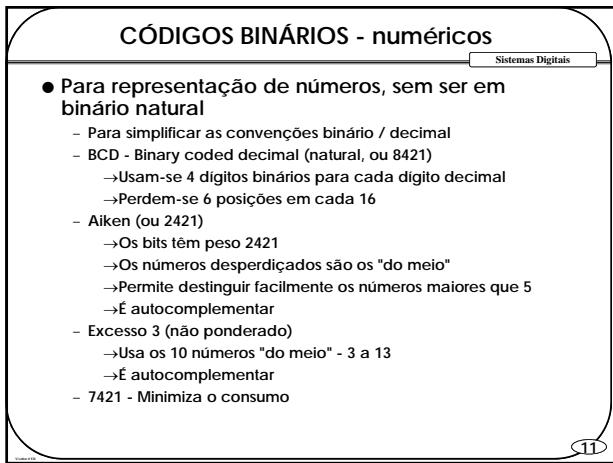
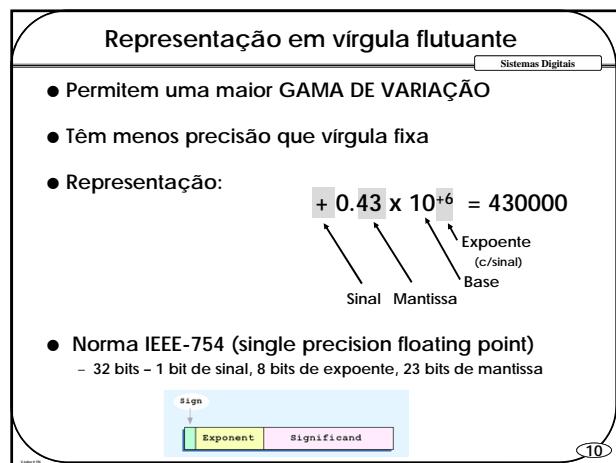
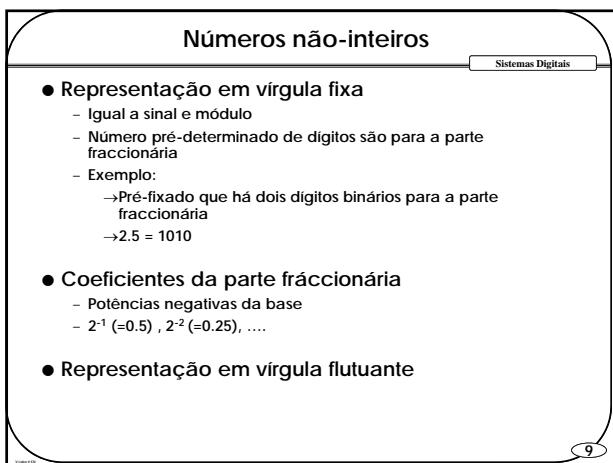
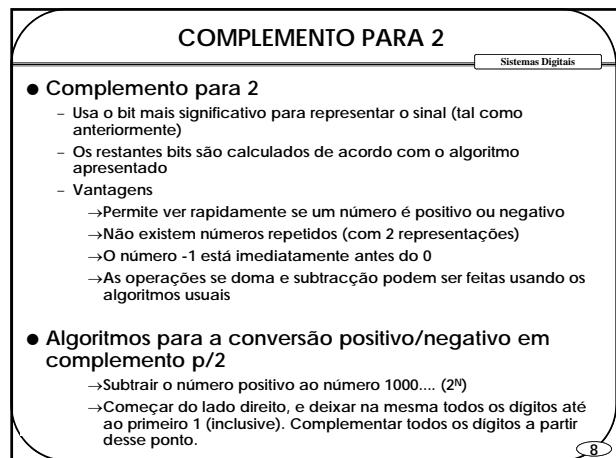
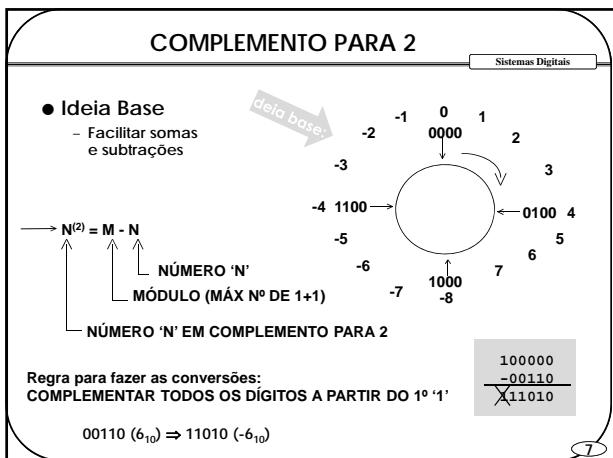
MAGNITUDE

SINAL

$-4 \xrightarrow{1100} -3 \xrightarrow{0100} -2 \xrightarrow{1000} -1 \xrightarrow{0000} 0 \xrightarrow{1111} 1 \xrightarrow{0110} 2 \xrightarrow{1011} 3 \xrightarrow{0010} 4 \xrightarrow{1100} 5 \xrightarrow{0100} 6 \xrightarrow{1000} 7 \xrightarrow{0000} -7$

Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013



Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013

Representar o mundo com 0's e 1's

● Consigo representar números

- Binário natural, complemento para 2, vírgula fixa, vírgula flutuante

● Com números posso representar:

- TEXTO
- IMAGEM
- SOM
- Outros
 - Vibração
 - Cheiro
 - ...o que quiser....



● Para trocar informação

- Tem que haver NORMAS para interpretar os 0s e 1s
- Formato PDF, DOCX, JPG, XLS, MP3, etc,etc

13

CÓDIGOS BINÁRIOS - Alfanuméricos

● Para representação de caracteres

- Código ASCII
 - American Standard Code for Information Interchange
 - Define caracteres normais, símbolos, e caracteres de controlo.
 - Extensões para 8 bits para caracteres especiais
- Código ebcdic (usado apenas na IBM)
- Unicode (16 bits, extensão do ASCII que inclui caracteres orientais)

	16	32	48	64	@	80	P	96	.	112	p
1	17	33 !	49 0	65 A	81 ?	97 a	113 d				
2	18	DC0	50	66 B	82 R	98 b	114 f				
3	19	DC1	35 #	51 3	67 C	83 S	99 c	115 s			
4	20	DC2	36 \$	52 4	68 D	84 T	100 d	116 t			
5	21		37 %	53 5	69 E	85 U	101 e	117 u			
6	22		38 &	54 6	70 F	86 V	102 f	118 v			
7	BEL	23	39 *	55 7	71 G	87 W	103 g	119 w			
8	BS	24	40 (56 8	72 H	88 X	104 h	120 x			
9		25	41)	57 9	73 I	89 Y	105 i	121 y			
10	LF	26	42 *	58 =	74 K	90 Z	106 k	122 z			
11		27	ESC	43 +	59 .	75 K	91 \	107 k	123 \		
12	FF	28	44 -	60 <	76 L	92 \	108 l	124			
13	CR	29	45 =	61 >	77 M	93]	109 m	125]			
14	SO	30	46 .	62 >	78 N	94 ^	110 n	126 ~			
15	SI	31	47 /	63 ?	79 O	95 _	111 o	127			

14

Imagens

Sistemas Digitais

● Ideia geral

- Dividir a imagem em "quadradinhos", ou "Picture Elements"
 - PIXEL
- Cada PIXEL pode ocupar 1 bit (0,1) ou vários, para ter diferentes cores, intensidades, etc

● Formatos raster

- BMP (Windows Bitmap)
 - 24 bits (3 Bytes), equivalente a R,G,B, por pixel.
 - Não tem compressão
- TIFF (Tagged Image File Format)
 - 24 ou 32 bits
 - Usa compressão sem perdas (LZW)
- JPEG (Joint Photographic Experts Group)
 - Compressão com perdas, RFC 1341
- (RAW) - Sem cabeçalho, formatação, ou compressão

● Outros formatos

- Formato Vectorial (p.ex. PCX)
- Outros (GIF, PNG, CGM, SVG, JPG(2000), TGA, PDF, CDR, EPS, ODG, WMF, XPS, VML, XPS, DXF, PIC)

Sons

Sistemas Digitais

● Ideia geral

- O som é um sinal que representa variações de pressão
- Em cada instante verifica-se qual o valor (relativo) da pressão
 - Quantificação do sinal determina erro quantificação
- Periodicamente vai-se repetir o processo
 - Frequência de amostragem determina a gama de frequências que se consegue observar.

● Formatos de som

- WAV
 - Guarda o sinal de pressão
- MP3
 - Cumpre a informação
 - Calcula a transformada de fourier, e guarda apenas os coeficientes mais importantes

ERROS

Sistemas Digitais

● O que é um erro

- É um 1 passar a 0, ou vice-versa

● Erros de transmissão

● Degradiação do meio magnético

● Soluções

- Mandar informar redundante para confirmação
- Utilização de BITS DE PARIDADE
 - 1 bit permite detectar se houve um número ímpar de erros
 - Paridade Par, Ímpar, Mark, e Space
 - Paridade byte a byte, e paridade vertical
- Utilização de códigos correctores
 - Códigos de Hamming 5/3
- Utilização de checksums

18

Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013

ALGEBRA DE BOOLE

Regras matemáticas para manipular os 0's e 1's com que representamos o mundo

19

Álgebra DE BOOLE

● Definição FORMAL

$\{ U, +, \cdot \}$ $U = \text{Conjunto finito}$
 $+; \cdot = \text{Operações (soma, produto)}$

$$\begin{array}{ll} 1 \rightarrow a + b \in U & 4 \rightarrow a(b+c) = ab+ac \\ a, b \in U & a+b+c = (a+b)(a+c) \\ 2 \rightarrow a + b = b + a & 5 \rightarrow a + X = 1 \\ a \cdot b = b \cdot a & a \cdot X = 0 \\ 3 \rightarrow a + 0 = a & X = \bar{a} \quad (\text{complemento}) \\ a \cdot 1 = a & \end{array}$$

20

UTILIDADE EM SISTEMAS LÓGICOS

● Consideraremos $U = \{0,1\}$

- o conjunto U é apenas os 2 valores binários
- podemos implementar facilmente este tipo sistemas com: lâmpadas, relés, transistores, actuadores mecânicos e hidráulicos, etc.

Usamos binário porque é fácil fazer máquinas que tenham 2 estados possíveis

● Operação adição

- Corresponde ao OU lógico

$$U = \{0, 1\}$$

● Operação de multiplicação

- Corresponde ao E lógico

$+$ = "OR" (operação OU)

● Operação complemento

- É a simples negação

$,$ = "AND" (operação E)

Complemento = "NOT" (operação NEGAÇÃO)

21

TEOREMAS

● Vão ser as ferramentas para toda a manipulação de dados que vamos fazer...

● PRINCÍPIO DA DUALIDADE

- Se uma dada proposição é verdadeira, então, substituindo os 0 com OU e os 1 com 0, obtenho também uma proposição verdadeira

● 1 - ELEMENTO ABSORVENTE

$$A \cdot 0 = 0 \quad A + 1 = 1$$

● 2 - ELEMENTO NEUTRO

$$A \cdot 1 = A \quad A + 0 = A$$

● 3 - IDEMPOTÊNCIA

$$A \cdot A = A \quad A + A = A$$

22

TEOREMAS

● 4 - COMPLEMENTARIDADE

$$A \cdot \bar{A} = 0 \quad A + \bar{A} = 1$$

● 5 - INVOLUÇÃO

$$A = \bar{\bar{A}}$$

● 6 - COMUTATIVIDADE

$$A \cdot B = B \cdot A \quad A + B = B + A$$

● 7 - ASSOCIATIVIDADE

$$\begin{aligned} A \cdot B \cdot C &= (A \cdot B)C = A \cdot (B \cdot C) \\ A + B + C &= (A + B) + C = A + (B + C) \end{aligned}$$

● 8 - LEIS DE DeMORGAN

$$\bar{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B} \quad \bar{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

23

TEOREMAS

● 9 - DISTRIBUTIVIDADE

$$\begin{aligned} A \cdot (B + C) &= A \cdot B + A \cdot C \\ A + BC &= (A + B) \cdot (A + C) \end{aligned}$$

● 10 - ABSORÇÃO

$$A + AB = A \quad A(A + B) = A$$

● 11 -

$$A B + A \bar{B} = A \quad (A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A$$

● 12 -

$$A + \bar{A}B = A + B \quad A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$$

● 13 - TEOREMA DO TERMO INCLUÍDO

$$\begin{aligned} A B + \bar{A} C + B C &= A B + \bar{A} C \\ (A + B)(\bar{A} + C)(B + C) &= (A + B)(\bar{A} + C) \end{aligned}$$

24

Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013

DEMONSTRAÇÕES

● USANDO TABELAS DE VERDADE

- Demonstra-se para TODOS os casos possíveis.
- Tabela de verdade das funções AND e OR

A	B	$S = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	$S = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(25)

EXEMPLO:

● Provar que $A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$

A	B	\bar{A}	$\bar{A} + B$	$A \cdot (\bar{A} + B)$	$A \cdot B$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1

(26)

Funções de 2 variáveis

Sistemas Digitais

● Quantas funções existem de 2 variáveis ?

- É um número finito.
- 2 variáveis $\Rightarrow 4$ combinações de entrada $\Rightarrow 2^4=16$ funções
- 3 delas decorrem imediatamente da definição da álgebra
 - \rightarrow AND (\cdot, \wedge)
 - \rightarrow OR ($+$, \vee)
 - \rightarrow NOT ($\neg, \bar{\cdot}$)
- Há outras funções que são muito usadas: XOR, NAND, NOR

● Implementação física

- Sistemas mecânicos (alavancas, rodas dentadas)
 - Sistemas hidráulicos (usados em certos ambientes perigosos)
 - Sistemas eléctricos (relés)
 - Sistemas electrónicos (transistores, diodos, circuitos integrados)
- De longe o mais eficiente, logo mais usado !

(27)

Implementação FÍSICA da Álgebra de Boole

Montar circuitos ou máquinas que façam as operações previstas na álgebra de boole (and, or, not, ...)

(28)

Implementação física para servir de exemplo

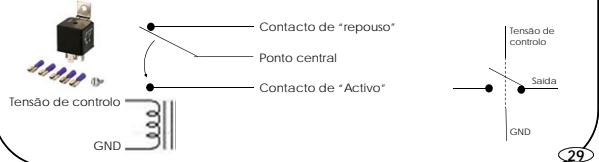
Sistemas Digitais

● Objectivo:

- Construir um dispositivo (uma máquina) que consegue fazer as operações necessárias para realizar as funções lógicas da álgebra de Boole

● Exemplo

- Podemos usar circuitos eléctricos, com relés.
- São Interruptores controlados electricamente
- O "0" da álgebra pode ser representado por GND (0 V)
- O "1" da álgebra pode ser representado por V_{cc} (por ex. 5 V)



Page 5

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Digitais

● PORTA "AND" C/ RELÉS

Implementação física

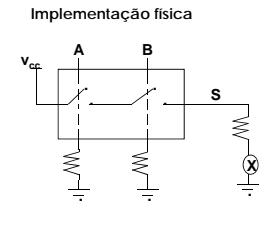
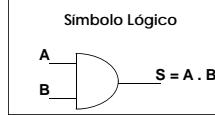


Tabela de verdade

A	B	$A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Simbolo Lógico



(30)

Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

● PORTA “OU” C/ RELÉS

Implementação física

Tabela de verdade

A	B	$A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Símbolo Lógico

31

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

● PORTA “NOT” C/ RELÉS

Implementação física

Tabela de verdade

A	\bar{A}
0	1
1	0

Símbolo Lógico

32

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

● PORTA “NAND” C/ RELÉS

Implementação física

Tabela de verdade

A	B	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo Lógico

33

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

● PORTA “NOR” C/ RELÉS

Implementação física

Tabela de verdade

A	B	$\bar{A} + \bar{B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Símbolo Lógico

34

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

● PORTA “XOR” C/ RELÉS

Implementação física

Tabela de verdade

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo Lógico

35

Outras simbologias

● Norma ANSI Y.32.14

- Simplifica a representação das portas lógicas
- É menos “bonita”, mas mais eficiente

AND	NAND	OR	NOR
XOR	XNOR	Identidade	NOT

36

Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013

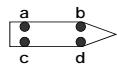
Exercícios

● Problema do alarme de segurança

- Suponha que existem dois sensores de incêndio, e uma lâmpada que deverá acender quando um deles for activado. Projecte o circuito que actua sobre a lâmpada.

● Problema da segurança do navio

- Suponha num dado navio existem 4 pontos onde devem estar sentinelas quando o navio está fundeado: dois em cada bordo, um na alheta, outro na amura. Em cada um desses pontos está um sensor que envia um sinal 1 quando aí se encontra um sentinela, e 0 em caso contrário. Na câmara de oficiais deverão existir duas lâmpadas: uma amarela, outra vermelha. A vermelha deverá acender sempre que não há qualquer sentinela num dos bordos. A amarela deverá acender quando há apenas 2 sentinelas nos seus postos. Projecte o circuito que resolve este problema.



37

Exercícios

● PROBLEMA DO SEMÁFORO “POR PEDIDO”

- Imagine que num dado local existe um estrangulamento numa estrada onde só passa um automóvel. Existem uns sensores para indicar que há um automóvel em cada lado do estrangulamento, e dois semáforos (verde/vermelho) que controlam o acesso a essa área. Se apenas houver automóveis de um dos lados, o semáforo deverá deixar passar esses automóveis. Se não houver automóveis em qualquer dos lados, os semáforos deverão estar ambos vermelhos. Caso contrário, o semáforo deverá estar verde para apenas um dos lados (à sua escolha).



38

SUFICIÊNCIA DO NAND

Sistemas Digitais

● Quantas portas diferentes são necessárias para gerar uma função booleana ?

- A álgebra é definida com três operações (que por definição geram todas as funções possíveis):
→AND, OR, NOT
- Se eu conseguir realizar essas funções com uma só gate, poderei gerar qualquer outra função com essa gate

● Suficiência do NAND

- NOT(A) = A NAND A
- A AND B = (A NAND B) NAND (A NAND B)
- A OR B = (A NAND A) NAND (B NAND B)

39

REALIZAÇÕES FÍSICAS

Sistemas Digitais

● FAMÍLIAS LÓGICAS

- Permitem ligações directas entre as diversas portas lógicas
- Exemplos: interruptores, relés, sistema mecânico e hidráulico

● FAMÍLIAS ELECTRÓNICAS

- DTL, RTL
 - Fácil compreensão
- ECL
 - Muito rápida, consome bastante
- CMOS
 - Consumo muito baixo, tolerância a diversos níveis de tensão, grande integração (integrados da família 4000)
- I²L
 - Mais uma alternativa...
- TTL
 - Barato, simples de usar, compromisso bastante bom de características. É a mais usada (integrados da família 74xx, 54xx)

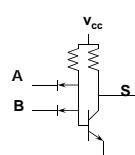
40

DTL

Sistemas Digitais

● Diode-Transistor Logic

- Usa diodos e transistores
- Exemplo: gate NAND
- Hipótese 1: A=0v ou B=0v
 - Os diodos conduzem
 - A tensão na base do transistor é aprox. =0v
 - O transistor não conduz
 - A resistência de saída faz de pull-up: S=5v
- Hipótese 2: A=B=1
 - Os diodos não conduzem
 - A resistência de entrada faz com que a tensão na base do transistor seja aproximadamente = 5v
 - O transistor conduz
 - A tensão de saída é aprox. =0v



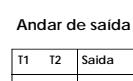
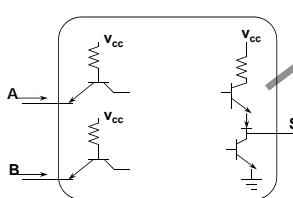
41

TTL

Sistemas Digitais

● Transistor-Transistor Logic

- Transistores de junção bipolar
- Vamos estudar apenas
 - Andar de entrada (diodos)
 - Andar de saída (totem-pole)



Andar de saída

T1	T2	Saída
ON	OFF	V _{CC}
OFF	ON	GND
OFF	OFF	Tri-State
ON	ON	Bumm!

42

Sistemas Digitais

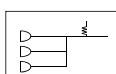
Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval

V.1.9 V.Lobo 2013

TTL

● Gates Open-Collector

- O andar de saída só tem um transistor (ligado à massa)
- A gate pode forçar o valor lógico ZERO
- Tem que haver uma resistência externa de PULL-UP para forçar o nível lógico 1
- Posso implementar um WIRED-AND, ligando várias saídas O.C.



V_{cc} TRANSISTOR LIGADO
A tensão de saída é 0, e a sendo a corrente $i = V_{cc}/R_{pull-up}$

TRANSISTOR DESLIGADO
A corrente é 0, logo a tensão de saída é V_{cc}

43

CARACTERÍSTICAS

● TTL

- FACILIDADE DE FABRICO, E DISPONIBILIDADE
- ROBUSTEZ E FIABILIDADE
- BAIXO CUSTO
- CONSUMO MODERADO (LOGO DISSIPACAO MODERADA)
- FAMÍLIA 74xxx e 54xx
 - 54xx tem especificações militares: grande amplitude te temperaturas/humidade/vibração, distribuição optimizada dos pinos
 - VARIAÇÕES 74S , 74LS , 74L , 74H (consumo, velocidade)

● CMOS, NMOS e PMOS

- TRANSISTORES DE EFEITO DE CAMPO
- CONSUMO MUITO BOM
- LENTIDÃO , E PROBLEMAS C/ ESTÁTICA
- MAIOR FLEXIBILIDADE NOS NÍVEIS DE TENSÃO
- FAMÍLIA 40xx

44

CARACTERÍSTICAS

● FAN-OUT

- Nº de portas que podem ser ligadas à saída
- Pode ser especificado em número de gates que consegue alimentar (da mesma família lógica) ou em corrente máxima de saída (em mA).

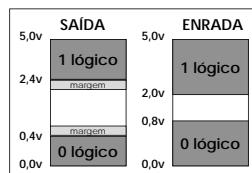
● FAN-IN

- Corrente que injeta/consume na entrada

● MARGEM DE RUÍDO

- Tolerância entre níveis
- 0 lógico não é 0v

Nota:
O que é ruído ?
Quais os seus efeitos ?
Quais são as fontes de ruído ?
Como pode ser diminuído ?



45

CARACTERÍSTICAS

● FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

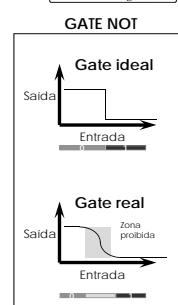
- A transição de 0 lógico para 1 lógico não é perfeita
- Exemplo: gate NOT

● TEMPO DE PROPAGAÇÃO

- Uma gate leva um certo tempo até que as saídas reflectam o estado das entradas
- O tempo de propagação quando as saídas têm que passar de 0 para 1 é normalmente diferente de 1 para 0.

● DISSIPACAO

- As gates consomem corrente que provoca aquecimento
- O aquecimento é normalmente proporcional à velocidade de processamento

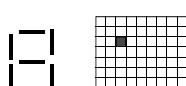


46

DISPLAYS

● Quanto à tecnologia física

- Indicadores de descarga de gás
→ são válvulas
- Leds - diodos emissores de luz
→ Baixo consumo
- Interface muito simples
- Grande variedade
- Cristais Líquidos (lcd)
→ Consumo muitíssimo baixo
- Mudanças na polarização (provocados pela aplicação de campo eléctrico) fazem com que a luz não seja refletida



47

FUNÇÕES BOOLEANAS

● $S = F(A)$ $S = F(A,B,C, \dots)$

- Onde A,B,C... podem assumir os valores 0 e 1

● PARA UM DADO NÚMERO DE VARIÁVEIS, O N^a DE FUNÇÕES POSSÍVEIS É LIMITADO

- Exemplo: FUNÇÕES DE 1 VARIÁVEL:

FUNÇÃO	ENTRADAS	DESIGNAÇÃO	EXPRESSÃO DE BOOLE
	0 1		
S0	0 0	Zero	0
S1	0 1	Igualdade	A
S2	1 0	Negação	!A (ou A)
S3	1 1	Identidade	1

48

Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013

FUNÇÃO DUAL E COMPLEMENTO

● FUNÇÃO DUAL

- G é função dual de F se $G(A) = (F(A))^*$
- (X^* é o dual de X se em X trocar 1 por 0, + por . , e vice-versa)
- Exemplos
 - O dual da função AND é a função OR
 - O dual da negação é a própria negação

● FUNÇÃO COMPLEMENTO

- G é função complemento de F se $G(A) = !F(A)$
- O complemento da função AND é a função NAND
- O complemento da negação é a igualdade

Sistemas Digitais

49

FUNÇÕES DE 2 VARIÁVEIS

FUNÇÃO	ENTRADAS 00,01,10,11	DESIGNAÇÃO	EXPRESSÃO DE BOOLE	NOTAÇÃO	DUAL	COMPLEMENTO
S0	0 0 0	Zero	0	A.B	15	15
S1	0 0 1	And	A.B	A.B	7	14
S2	0 1 0	Inibição ou Nix	A.B*		11	13
S3	0 1 1	Igualdade	A		3	12
S4	1 0 0	Inibição ou Nix	A*.B		13	11
S5	1 0 1	Igualdade	B		5	10
S6	0 1 0	Or Exclusivo ou Dilema	A*.B+A.B*	A ⊕ B	9	9
S7	0 1 1	Or (Inclusivo)	A+B	A+B	1	8
S8	1 0 0	Nor ou Função Dagger	(A+B)*	A+B	14	7
S9	1 0 1	Equivaléncia	A.B+A*.B*	A ≡ B	6	6
S10	1 0 1	Not (Negação)	B*		10*	5
S11	1 0 1	Implicação Material	A+B*	B ⇒ A	2	4
S12	1 1 0	Not (Negação)	A*		12	3
S13	1 1 0	Implicação Material	A*.B	A ≡ B	4	2
S14	1 1 0	Nand ou Função Stroke	(A.B)*	A . B	8	1
S15	1 1 1	Unidade ou Identidade	1		0	0

Sistemas Digitais

50

FORMAS CANÓNICAS

Sistemas Digitais

● Como identificar de forma unívoca e normalizada uma dada função?

- Expressões analíticas podem ter várias formas
- Tabelas de verdade são muito extensas
- Formas canónicas: são a solução ideal
 - A tabela de verdade tem na coluna de resultados 0 ou 1
 - Posso identificar a função dizendo que entradas da tabela de verdade são 1 (ou 0)
 - A tabela de verdade tem que ter as entradas por uma determinada ordem

$$A\bar{B} + \bar{A}B = A.B + !A.B = A \oplus B$$

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

As entradas estão por ordem (0,1,2,3)

F_{1,2}

51

FORMAS CANÓNICAS

Sistemas Digitais

● Como identificar as linhas da tabela de verdade ?

- Cada linha corresponde a um produto de todas as variáveis

● MINTERMOS

- Produtos que englobam todas as variáveis independentes
- Correspondem às linhas da tabela de verdade, se esta for escrita de modo a que as variáveis formem o código binário
- São numeradas, atribuindo 0 às variáveis negadas , e 1 às afirmadas

● MAXTERMOS

- Somatórios que englobam todas as variáveis independentes
- Podem-se obter a partir dos mintermos, e vice-versa
- $M_i = m_{2^n-i}$

52

FORMAS CANÓNICAS

Sistemas Digitais

● 1^a. FORMA CANÓNICA

- Soma de mintermos
- Exemplo: função XOR
 - $XOR(A,B) = A.B + !A.B = m_1 + m_2 = \Sigma(1,2)$
- Problemas
 - Qual a tabela de verdade da função de 3 variáveis $\Sigma(0,5,7)$?
 - Qual a 1^a forma canónica da função OR de 3 variáveis

● 2^a. FORMA CANÓNICA

- Produto de maxtermos
- Exemplo: função XOR
 - $XOR(A,B) = (!A + !B).(A + B) = M_0 \cdot M_3 = \Pi(0,3)$
- Problemas
 - Qual a tabela de verdade da função de 3 variáveis $\Pi(0,5,7)$?
 - Qual a 2^a forma canónica da função OR de 3 variáveis

53

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Sistemas Digitais

1) OBTEÇÃO DE UMA FUNÇÃO QUE RESOLVA O PROBLEMA POSTO

- Métodos analíticos
- Especificar o problema numa tabela de verdade
 - Obter os mintermos

2) SIMPLIFICAR A EXPRESSÃO

- Métodos analíticos
- Mapas de Karnaugh

3) IMPLEMENTAR O CIRCUITO

- Escolher os integrados que implementam as gates
 - Pode ser necessário alterar a função obtida em 2 para minimizar o número de integrados usado
- Desenhar o logograma (com pinout) do circuito

54

Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.9 V.Lobo 2013

Exemplo

- Passo 1 para o problema dos vigias do navio:
 - Método analítico: $L = a.b.\bar{c}.d + a.\bar{b}.c.\bar{d} + \bar{a}.b.c.d + \dots$
 - Tabela de verdade:

Mintermos:
0,1,2,3,4,6,8,12

$$A(a,b,c,d) = \Sigma (0,1,2,3,4,6,8,12)$$

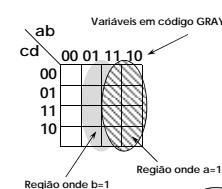
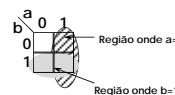
$$A(a,b,c,d) = \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + \dots$$

a b c d	A	a b c d
0 0 0 0	1	0 0 0 0
0 0 0 1		0 0 0 1
0 0 1 0	1	0 0 1 0
0 0 1 1		0 0 1 1
0 1 0 0	1	0 1 0 0
0 1 0 1		0 1 0 1
0 1 1 0	1	0 1 1 0
0 1 1 1		0 1 1 1
1 0 0 0	1	1 0 0 0
1 0 0 1		1 0 0 1
1 0 1 0	0	1 0 1 0
1 0 1 1	0	1 0 1 1
1 1 0 0	1	1 1 0 0
1 1 0 1		1 1 0 1
1 1 1 0	0	1 1 1 0
1 1 1 1		1 1 1 1

55

MAPAS DE KARNAUGH

- Um mapa de karnaugh é um modo de escrever a tabela de verdade
- Cada quadricula tem apenas 1 bit diferente dos vizinhos (distância de Hamming=1)



56

MAPAS DE KARNAUGH

- Método gráfico, baseado nos diagramas de Venn, que permite detectar adjacências
 - 1) Escrever o mapa usando código reflectido, de modo a que 2 quadruclulas contiguas diferem em apenas 1 byte.
 - 2) Cada quadrado corresponde a uma linha da tabela de verdade => corresponde a um mintermo da expressão se for 1
 - 3) Como na tabela 2 quadrados contiguos diferem apenas numa das variáveis, podemos escrevê-los como $\Pi x_i y$ e $\Pi x_i \bar{y}$
 - 4) Se dois quadrados contiguos forem 1, podemos representá-los como $\Pi x_i y + \Pi x_i \bar{y} = \Pi x_i (y + \bar{y}) = \Pi x_i$, de onde se conclui que podemos ignorar a variável que troca de valor

REGRA:

- 1) Formar quadrados ou rectângulos com 2^m quadruclulas
- 2) Pôr na expressão só as variáveis que se mantêm constantes

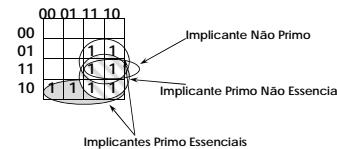
57

MAPAS DE KARNAUGH

- Os grupos resultantes da junção de mintermos chamam-se IMPLICANTES
 - Implicante PRIMO
 - Implicante que não pode ser mais alargado
 - Implicante ESSENCIAL
 - Implicante que seja o único (dos primos) que "cobre" um dado mintermo

Problemas:

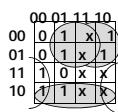
1. Vigias
2. Descodificador de 7 Segmentos para BCD
3. Semáforos
4. Segurança para as portas da cidadeia



58

MAPAS DE KARNAUGH

- Indeterminações
 - Correspondem a casos onde "tanto faz" que a resposta seja 1 ou 0 (pode por exemplo ser uma combinação de entrada que nunca ocorre)
 - Representam-se nos mapas de Karnaugh por X
 - Podemos simplificar os X como 1 ou como 0, conforme nos dê mais jeito
 - Exemplo: descodificador de 7 segmentos BCD (traço do meio)



Alguns X são interpretados como 1 outros como 0

59