Sistemas Lógicos

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.6 V.Lobo 2003

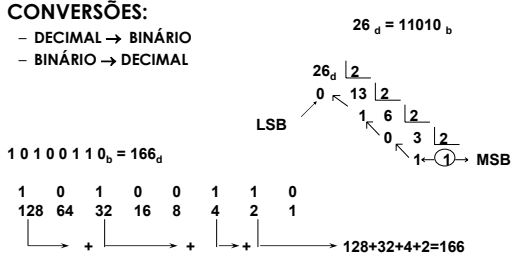
SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

- **DECIMAL**
  - SÍMBOLOS 0,1 .. 9
  - 1842 ⇒ $1x10^3 + 8x10^2 + 4x10^1 + 2x10^0$
- **OCTAL**
  - SÍMBOLOS 0..7
  - 1634 ⇒ $1x8^3 + 6x8^2 + 3x8^1 + 4x8^0$
- **HEXADECIMAL**
  - SÍMBOLOS 0.. 9,A,B,C,D,E,F
  - 5F1A0 ⇒ $5x16^4 + 15x16^3 + 1x16^2 + 10x16^1 + 0x16^0$
- **BINÁRIO**
  - SÍMBOLOS 0,1
  - 10110 ⇒ $1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0$

A **POSIÇÃO** é que dá importância ou **PESO** ao dígito.
O dígito **MAIS SIGNIFICATIVO** é o que está mais à esquerda **(MSB)**
O dígito **MENOS SIGNIFICATIVO** é o que está mais à direita **(LSB)**

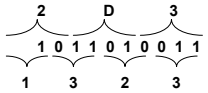
SISTEMA BINÁRIO

- **IMPORTÂNCIA DO SISTEMA BINÁRIO**
  - Fácil implementação física
  - Implementação com sistemas hidráulicos, eléctricos, luminosos, etc.
- **CONVERSÕES:**
  - DECIMAL → BINÁRIO
  - BINÁRIO → DECIMAL



BASES POTÊNCIAS DE 2

- **As bases que são potências de 2 são facilmente convertidas em binário e vice-versa**
  - Octal 1 dígito octal = 3 dígitos binários
  - Hexadecimal 1 dígito hexa = 4 dígitos binários



$2D3_H = 1011010011_b = 1323_{Oct.}$

- **Vantagens**
  - Usam menos dígitos para representar um dado número
  - São mais facilmente entendidas por humanos
  - São muito usadas

Aritmética binária

- **Basicamente as mesmas regras que a aritmética decimal !**
  - Somam-se os números dígito a dígito
  - De um dígito para o seguinte (mais significativo), pode "ir um", ou seja pode haver "CARRY"
  - 1 e 1 são dois (ou seja 10_b)
  - Exemplo:

Adição →

$(11011)_2$	$(647)_{10}$
+ $(10011)_2$	+ $(537)_{10}$
$(101110)_2$	$(1184)_{10}$

Multiplicação →

1101	152
× 101	× 231
1101	152
0000	456
1101	304
1000001	35012

São apenas deslocamentos e somas !!!

Aritmética binária

- **Numa máquina, o número de dígitos é FINITO**
  - Não posso usar todos os dígitos que quiser
  - Há um número MÁXIMO que se pode representar:

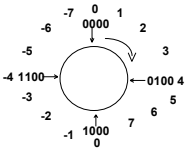
- **Consequência da representação com um número FINITO de dígitos**
  - Os números não são representados por uma recta, mas sim por uma circunferência !

REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS NEGATIVOS

- **Problema:**
  - Como indicar que um número é negativo, sem usar o símbolo "-" (usando apenas 0 e 1)
  - Solução: usar uma das posições para representar o sinal
- **SINAL E MÓDULO**
  - O bit mais significativo representa o sinal, e os restantes a magnitude
  - Sinal = 0 => Positivo (representação normal)
  - Sinal = 1 => Negativo
  - Exemplos:

0100 = 4
1100 = -4
0010 = 2
1011 = -3

0 1 1 0
MAGNITUDE
SINAL

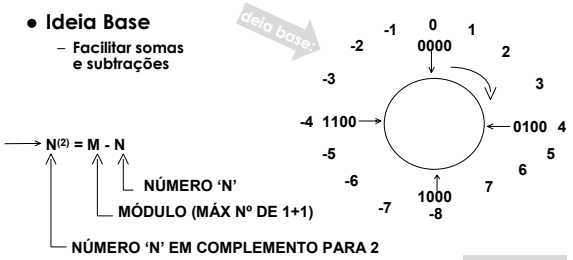


Sistemas Lógicos

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.6 V.Lobo 2003

COMPLEMENTO PARA 2

- **Ideia Base**
  - Facilitar somas e subtrações



Regra para fazer as conversões:
COMPLEMENTAR TODOS OS DÍGITOS A PARTIR DO 1º '1'

```
 100000
-00110
 11010
```

$00110\ (6_{10}) \Rightarrow 11010\ (-6_{10})$

COMPLEMENTO PARA 2

- **Complemento para 2**
  - Usa o bit mais significativo para representar o sinal (tal como anteriormente)
  - Os restantes bits são calculados de acordo com o algoritmo apresentado
  - Vantagens
    - →Permite ver rapidamente se um número é positivo ou negativo
    - →Não existem números repetidos (com 2 representações)
    - →O número -1 está imediatamente antes do 0
    - →As operações se doma e subtracção podem ser feitas usando os algoritmos usuais
- **Algoritmos para a conversão positivo/negativo em complemento p/2**
  - →Subtrair o número positivo ao número 1000.... (2^N)
  - →Começar do lado direito, e deixar na mesma todos os dígitos até ao primeiro 1 (inclusive). Complementar todos os dígitos a partir desse ponto.

CÓDIGOS BINÁRIOS - Alfanuméricos

- **Para representação de caracteres**
  - Código ASCII
    - →American Standard Code for Information Interchange
    - →Define caracteres normais, símbolos, e caracteres de controlo.
    - →Extensões para 8 bits para caracteres especiais
  - Código ebcdic (usado apenas na IBM)
  - Unicode (16 bits, extensão do ASCII que inclui caracteres orientais)

0		16		32		48	0	64	@	80	P	96	`	112	p
1		17		33	!	49	1	65	A	81	Q	97	a	113	q
2		18	DC2	34	"	50	2	66	B	82	R	98	b	114	r
3		19	DC3	35	#	51	3	67	C	83	S	99	c	115	s
4		20	DC4	36	$	52	4	68	D	84	T	100	d	116	t
5		21		37	%	53	5	69	E	85	U	101	e	117	u
6		22		38	&	54	6	70	F	86	V	102	f	118	v
7	BEL	23		39	'	55	7	71	G	87	W	103	g	119	w
8	BS	24		40	(	56	8	72	H	88	X	104	h	120	x
9		25		41	)	57	9	73	I	89	Y	105	i	121	y
10	LF	26		42	*	58	:	74	J	90	Z	106	j	122	z
11		27	ESC	43	+	59	;	75	K	91	[	107	k	123	{
12	FF	28		44	,	60	<	76	L	92	\	108	l	124	|
13	CR	29		45	-	61	=	77	M	93	]	109	m	125	}
14	SO	30		46	.	62	>	78	N	94	^	110	n	126	~
15	SI	31		47	/	63	?	79	O	95	_	111	o	127	

CÓDIGOS BINÁRIOS - numéricos

- **Para representação de números, sem ser em binário natural**
  - Para simplificar as convenções binário / decimal
  - BCD - Binary coded decimal (natural, ou 8421)
    - →Usam-se 4 dígitos binários para cada dígito decimal
    - →Perdem-se 6 posições em cada 16
  - Aiken (ou 2421)
    - →Os bits têm peso 2421
    - →Os números desperdiçados são os "do meio"
    - →Permite destinguir facilmente os números maiores que 5
    - →É autocomplementar
  - Excesso 3 (não ponderado)
    - →Usa os 10 números "do meio" - 3 a 13
    - →É autocomplementar
  - 7421 - Minimiza o consumo

CÓDIGOS BINÁRIOS

Dec.	BCD	AIKEN	EXC.3	7421
0	0000	0000	0011	0000
1	0001	0001	0100	0001
2	0010	0010	0101	0010
3	0011	0011	0110	0011
4	0100	0100	0111	0100
5	0101	1011	1000	0101
6	0110	1100	1001	0110
7	0111	1101	1010	1000
8	1000	1110	1011	1001
9	1001	1111	1100	1010

Gray
0000
0001
0011
0010
0110
0111
0101
... ...
... ...

- **Código gray (binário reflectido)**
  - Serve para minimizar transições
  - Pode resolver problemas de estados transitórios nas mudanças
    - →Conversores físicos
  - É um código cíclico
  - Fácil passagem para binário

ERROS

- **O que é um erro**
  - É um 1 passar a 0, ou vice-versa
- **Erros de transmissão**
- **Degradação do meio magnético**
- **Soluções**
  - Mandar informar redundante para confirmação
  - Utilização de BITS DE PARIDADE
    - →1 bit permite detectar se houve um número impar de erros
    - →Paridade Par, Ímpar, Mark, e Space
    - →Paridade byte a byte, e paridade vertical
  - Utilização de códigos correctores
    - →Códigos de Hamming 5/3
  - Utilização de checksums

Sistemas Lógicos

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.6 V.Lobo 2003

Álgebra DE BOOLE

- **Definição FORMAL**

$\{ U, +, . \}$ U = Conjunto finito

+, . = Operações (soma , produto)

1 → $a+b \in U$; $a.b \in U$

2 → $a+b=b+a$; $a.b=b.a$

3 → $a+0=a$; $a.1=a$

4 → $a(b+c)=ab+ac$; $a+bc=(a+b)(a+c)$

5 → $a+X=1$; $a.X=0$

$X \equiv \bar{a}$ (complemento)

UTILIDADE EM SISTEMAS LÓGICOS

- **Consideramos U = {0,1}**
  - o conjunto U é apenas os 2 valores binários
  - podemos implementar facilmente este tipo sistemas com: lâmpadas, relés, transístores, actuadores mecânicos e hidráulicos, etc.

Usamos binário porque é fácil fazer máquinas que tenham 2 estados possíveis

- **Operação adição**
  - Corresponde ao OU lógico
- **Operação de multiplicação**
  - Corresponde ao E lógico
- **Operação complemento**
  - É a simples negação

$U = \{ 0, 1 \}$

+ = "OR" (operação OU)

, = "AND" (operação E)

Complemento = "NOT" (operação NEGAÇÃO)

TEOREMAS

- **Vão ser as ferramentas para toda a manipulação de dados que vamos fazer...**
- **PRINCÍPIO DA DUALIDADE**
  - Se uma dada proposição é verdadeira, então, substituindo os E com OU e os 1 com 0 , obtenho também uma proposição verdadeira
- **1 - ELEMENTO ABSORVENTE**
  - $A.0=0$; $A+1=1$
- **2 - ELEMENTO NEUTRO**
  - $A.1=A$; $A+0=A$
- **3 - IDEMPOTÊNCIA**
  - $A.A=A$; $A+A=A$

TEOREMAS

- **4 - COMPLEMENTARIDADE**
  - $A.\bar{A}=0$; $A+\bar{A}=1$
- **5 - INVOLUÇÃO**
  - $A=\bar{\bar{A}}$
- **6 - COMUTATIVIDADE**
  - $A.B=B.A$; $A+B=B+A$
- **7 - ASSOCIATIVIDADE**
  - $A.B.C=(A.B)C=A.(B.C)$
  - $A+B+C=(A+B)+C=A+(B+C)$
- **8 - LEIS DE MORGAN**

$\overline{A.B}=\bar{A}+\bar{B}$; $\overline{A+B}=\bar{A}.\bar{B}$

TEOREMAS

- **9 - DISTRIBUTIVIDADE**
  - $A.(B+C)=A.B+A.C$
  - $A+BC=(A+B).(A+C)$
- **10 - ABSORÇÃO**
  - $A+AB=A$; $A(A+B)=A$
- **11 -**
  - $AB+A\bar{B}=A$; $(A+B).(A+\bar{B})=A$
- **12 -**
  - $A+\bar{A}B=A+B$; $A.(\bar{A}+B)=A.B$
- **13 - TEOREMA DO TERMO INCLUÍDO**
  - $AB+AC+BC=AB+AC$
  - $(A+B)(A+C)(B+C)=(A+B)(A+C)$

DEMONSTRAÇÕES

- **USANDO TABELAS DE VERDADE**
  - Demonstra-se para TODOS os casos possíveis.
  - Tabela de verdade das funções AND e OR

A	B	S = A B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	S = A B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

EXEMPLO:

Sistemas Lógicos

- **Provar que A . ($\overline{A}$ + B) = A . B**

A	B	$\overline{A}$	$\overline{A}$ + B	A. ($\overline{A}$ + B)	A . B
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1

19

Funções de 2 variáveis

Sistemas Lógicos

- **Quantas funções existem de 2 variáveis ?**
  - **É um número finito.**
  - **2 variáveis ⇒ 4 combinações de entrada ⇒ 2^4=16 funções**
  - **3 delas decorrem imediatamente da definição da álgebra**
    - **→AND (E, .)**
    - **→OR (OU, +)**
    - **→NOT (NEG, -)**
  - **Há outras funções que são muito usadas: XOR, NAND, NOR**
- **Implementação física**
  - **Sistemas mecânicos (alavancas, rodas dentadas)**
  - **Sistemas hidráulicos (usados em certos ambientes perigosos)**
  - **Sistemas eléctricos (relés)**
  - **Sistemas electrónicos (transístores, díodos, circuitos integrados)**
    - **→De longe o mais eficiente, logo mais usado !**

20

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Lógicos

- **PORTA "AND" C/ RELÉS**

Implementação física

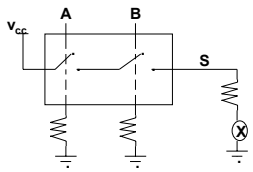
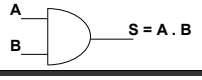


Tabela de verdade

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Símbolo Lógico



21

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Lógicos

- **PORTA "OU" C/ RELÉS**

Implementação física

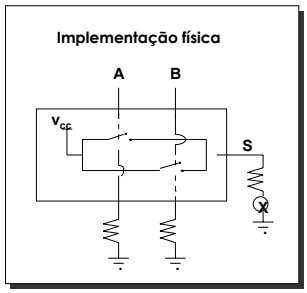
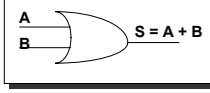


Tabela de verdade

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Símbolo Lógico



22

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Lógicos

- **PORTA "NOT" C/ RELÉS**

Implementação física

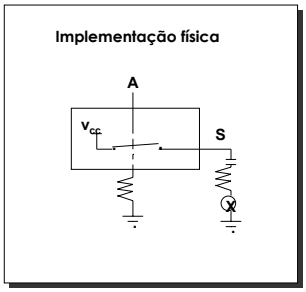
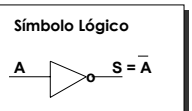


Tabela de verdade

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Símbolo Lógico



23

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Lógicos

- **PORTA "NAND" C/ RELÉS**

Implementação física

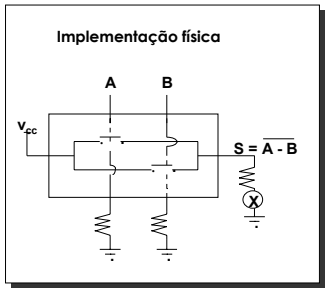
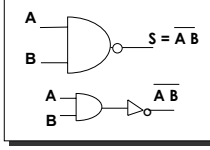


Tabela de verdade

A	B	$\overline{A.B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo Lógico



24

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Lógicos

- **PORTA "NOR" C/ RELÉS**

Implementação física

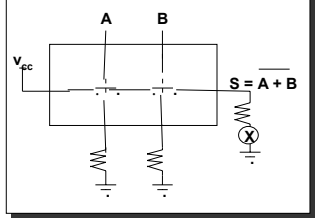
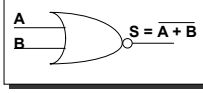


Tabela de verdade

A	B	$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Símbolo Lógico



25

REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Lógicos

- **PORTA "XOR" C/ RELÉS**

Implementação física

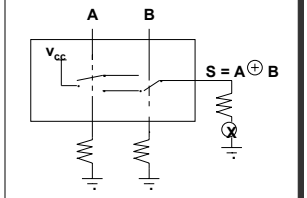
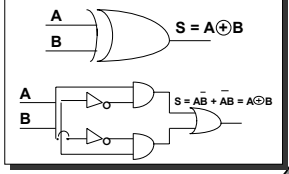


Tabela de verdade

A	B	A⊕B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo Lógico

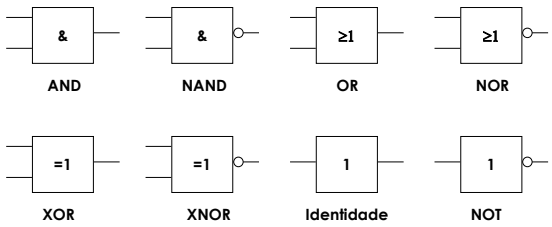


26

Outras simbologias

Sistemas Lógicos

- **Norma ANSI Y.32.14**
  - Simplifica a representação das portas lógicas
  - É menos "bonita", mas mais eficiente

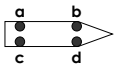


27

Exercícios

Sistemas Lógicos

- **Problema do alarme de segurança**
  - Suponha que existem dois sensores de incêndio, e uma lâmpada que deverá acender quando um deles fôr activado. Projecte o circuito que actua sobre a lâmpada.
- **Problema da segurança do navio**
  - Suponha num dado navio existem 4 pontos onde devem estar sentinelas quando o navio está fundeado: dois em cada bordo, um na alheta, outro na amura. Em cada um desses pontos está um sensor que envia um sinal 1 quando aí se encontra um sentinela, e 0 em caso contrário. Na câmara de oficiais deverão existir duas lâmpadas: uma amarela, outra vermelha. A vermelha deverá acender sempre que não há qualquer sentinela num dos bordos. A amarela deverá acender quando há apenas 2 sentinelas nos seus postos. Projecte o circuito que resolve este problema.



28

Exercícios

Sistemas Lógicos

- **PROBLEMA DO SEMÁFORO "POR PEDIDO"**
  - Imagine que num dado local existe um estrangulamento numa estrada onde só passa um automóvel. Existem uns sensores para indicar que há um automóvel em cada lado do estrangulamento, e dois semáforos (verde/vermelho) que controlam o acesso a essa área. Se apenas houver automóveis de um dos lados, o semáforo deverá deixar passar esses automóveis. Se não houver automóveis em qualquer dos lados, os semáforos deverão estar ambos vermelhos. Caso contrário, o semáforo deverá estar verde para apenas um dos lados (à sua escolha).

29

SUFICIÊNCIA DO NAND

Sistemas Lógicos

- **Quantas portas diferentes são necessárias para gerar uma função booleana ?**
  - A álgebra é definida com três operações (que por definição geram todas as funções possíveis):
    - →AND, OR, NOT
  - Se eu conseguir realizar essas funções com uma só gate, poderei gerar qualquer outra função com essa gate
- **Suficiência do NAND**
  - NOT(A) = A NAND A
  - A AND B = (A NAND B) NAND (A NAND B)
  - A OR B = (A NAND A) NAND (B NAND B)

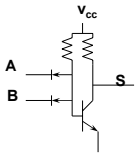
30

REALIZAÇÕES FÍSICAS

- **FAMÍLIAS LÓGICAS**
  - Permitem ligações directas entre as diversas portas lógicas
  - Exemplos: interruptores, relés, sistema mecânico e hidráulico
- **FAMÍLIAS ELECTRÓNICAS**
  - DTL ,RTL
    - →Fácil compreensão
  - ECL
    - →Muito rápida, consome bastante
  - CMOS
    - →Consumo muito baixo, tolerância a diversos níveis de tensão, grande integração (integrados da família 4000)
  - I^2L
    - →Mais uma alternativa...
  - TTL
    - →Barato, simples de usar, compromisso bastante bom de características. É a mais usada (integrados da família 74xx, 54xx)

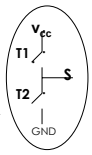
DTL

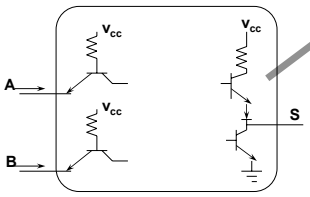
- **Diode-Transistor Logic**
  - Usa díodos e transístores
  - Exemplo: gate NAND
  - Hipótese 1: A=0v ou B=0v
    - →Os díodos conduzem
    - →A tensão na base do transístor é aprox. =0v
    - →O transístor não conduz
    - →A resistência de saída faz de pull-up: S=5v
  - Hipótese 2: A=B=1
    - →Os díodos não conduzem
    - →A resistência de entrada faz com que a tensão na base do transístor seja aproximadamente = 5v
    - →O transístor conduz
    - →A tensão de saída é aprox. =0v



TTL

- **Transistor-Transistor Logic**
  - Transístores de junção bipolar
  - Vamos estudar apenas
    - →Andar de entrada (díodos)
    - →Andar de saída (totem-pole)



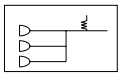


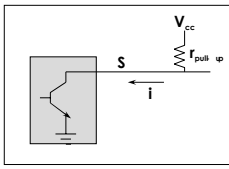
Andar de saída

T1	T2	Saida
ON	OFF	V_{cc}
OFF	ON	GND
OFF	OFF	Tri-State
ON	ON	Bumm!

TTL

- **Gates Open-Collector**
  - O andar de saída só tem um transístor (ligado à massa)
  - A gate pode forçar o valor lógico ZERO
  - Tem que haver uma resistência externa de PULL-UP para forçar o nível lógico 1
  - Posso implementar um WIRED-AND, ligando várias saídas O.C.





TRANSISTOR LIGADO
A tensão de saída é 0, e a sendo a corrente $I=V_{cc}/R_{pull\ up}$

TRANSISTOR DESLIGADO
A corrente é 0, logo a tensão de saída é V_{cc}

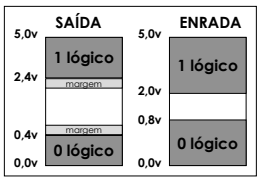
CARACTERÍSTICAS

- **TTL**
  - FACILIDADE DE FABRICO, E DISPONIBILIDADE
  - ROBUSTEZ E FIABILIDADE
  - BAIXO CUSTO
  - CONSUMO MODERADO (LOGO DISSIPAÇÃO MODERADA)
  - FAMÍLIA 74xxxy e 54xxy
    - →54xx tem especificações militares: grande amplitude te temperaturas/humidade/vibração, distribuição optimizada dos pinos
    - →VARIAÇÕES 74S , 74LS , 74L , 74H (consumo, velocidade)
- **CMOS, NMOS e PMOS**
  - TRANSISTORES DE EFEITO DE CAMPO
  - CONSUMO MUITO BOM
  - LENTIDÃO , E PROBLEMAS C/ ESTÁTICA
  - MAIOR FLEXIBILIDADE NOS NÍVEIS DE TENSÃO
  - FAMÍLIA 40xx

CARACTERÍSTICAS

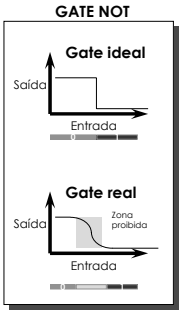
- **FAN-OUT**
  - Nº de portas que podem ser ligadas à saída
  - Pode ser especificado em número de gates que consegue alimentar (da mesma família lógica) ou em corrente máxima de saída (em mA).
- **FAN-IN**
  - Corrente que injecta/consome na entrada
- **MARGEM DE RUÍDO**
  - Tolerância entre níveis
  - 0 lógico não é 0v

Nota:
O que é ruído ?
Quais os seus efeitos ?
Quais são as fontes de ruído ?
Como pode ser diminuído ?



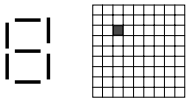
CARACTERÍSTICAS

- **FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA**
  - A transição de 0 lógico para 1 lógico não é perfeita
  - Exemplo: gate NOT
- **TEMPO DE PROPAGAÇÃO**
  - Uma gate leva um certo tempo até que as saídas reflictam o estado das entradas
  - O tempo de propagação quando as saídas têm que passar de 0 para 1 é normalmente diferente de 1 para 0.
- **DISSIPAÇÃO**
  - As gates consomem corrente que provoca aquecimento
  - O aquecimento é normalmente proporcional à velocidade de processamento



DISPLAYS

- **Quanto à tecnologia física**
  - Indicadores de descarga de gás
    - →são válvulas
  - Leds - diodos emissores de luz
    - →Baixo consumo
    - →Interface muito simples
    - →Grande variedade
  - Cristais Líquidos (lcd)
    - →Consumo muitíssimo baixo
    - →Mudanças na polorização (provocados pela aplicação de campo eléctrico) fazem com que a luz não seja reflectida
- **Quanto à disposição gráfica**
  - Displays de 7 segmentos
  - Matriz de pontos



FUNÇÕES BOOLEANAS

- **S = F (A) S = F (A,B,C, ...)**
  - Onde A,B,C... podem assumir os valores 0 e 1
- **PARA UM DADO NÚMERO DE VARIÁVEIS, O Nº DE FUNÇÕES POSSÍVEIS É LIMITADO**
  - Exemplo: FUNÇÕES DE 1 VARIÁVEL:

FUNÇÃO	ENTRADAS 0	1	DESIGNAÇÃO	EXPRESSÃO DE BOOLE
S0	0	0	Zero	0
S1	0	1	Igualdade	A
S2	1	0	Negação	!A (ou $\bar{A}$)
S3	1	1	Identidade	1

FUNÇÃO DUAL E COMPLEMENTO

- **FUNÇÃO DUAL**
  - G é função dual de F sse G(A)= (F(A*))*
  - (X* é o dual de X se em X trocar 1 por 0, + por . , e vice-versa)
  - Exemplos
    - →O dual da função AND é a função OR
    - →O dual da negação é a própria negação
- **FUNÇÃO COMPLEMENTO**
  - G é função complemento de F sse G(A)=!F(A)
    - →O complemento da função AND é a função NAND
    - →O complemento da negação é a igualdade

FUNÇÕES DE 2 VARIÁVEIS

FUNÇÃO	ENTRADAS 00 ,01,10,11	DESIGNAÇÃO	EXPRESSÃO DE BOOLE	NOTAÇÃO	DUAL	COMPLEMENTO
S0	0 0 0 0	Zero	0		15	15
S1	0 0 0 1	And	A.B	A.B	7	14
S2	0 0 1 0	Inibição ou Nix	A.B*		11	13
S3	0 0 1 1	Igualdade	A		3	12
S4	0 1 0 0	Inibição ou Nix	A*.B		13	11
S5	0 1 0 1	Igualdade	B		5	10
S6	0 1 1 0	Or Exclusivo ou Dilema	A*.B+A.B*	A ⊕ B	9	9
S7	0 1 1 1	Or (inclusivo)	A+B	A+B	1	8
S8	1 0 0 0	Nor ou Função Dagger	(A+B)*	A+B	14	7
S9	1 0 0 1	Equivalência	A.B+A*.B*	A ■ B	6	6
S10	1 0 1 0	Not (Negação)	B*		10*	5
S11	1 0 1 1	Implicação Material	A+B*	B ⇒ A	2	4
S12	1 1 0 0	Not (Negação)	A*		12	3
S13	1 1 0 1	Implicação Material	A*+B	A ⇒ B	4	2
S14	1 1 1 0	Nand ou Função Stroke	(A.B)*	A . B	8	1
S15	1 1 1 1	Unidade ou Identidade	1		0	0

FORMAS CANÓNICAS

- **Como identificar de forma unívoca e normalizada uma dada função?**
  - Expressões analíticas podem ter várias formas
  - Tabelas de verdade são muito extensas
  - Formas canónicas: são a solução ideal
    - →A tabela de verdade tem na coluna de resultados 0 ou 1
    - →Posso identificar a função dizendo que entradas da tablea de verdade são 1 (ou 0)
    - →A tabela de verdade tem que ter as entradas por uma determinada ordem

$\bar{A}.B+A.\bar{B}=A.!B+!A.B=A\oplus B$

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

As linhas 1 e 2 têm 1

As entradas estão por ordem (0,1,2,3)

$F_{1,2}$

Sistemas Lógicos

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval
V.1.6 V.Lobo 2003

FORMAS CANÓNICAS

- **Como identificar as linhas da tabela de verdade ?**
  - Cada linha corresponde a um produto de todas as variáveis
- **MINTERMOS**
  - Produtos que englobam todas as variáveis independentes
  - Correspondem às linhas da tabela de verdade, se esta for escrita de modo a que as variáveis formem o código binário
  - São numeradas, atribuindo 0 às variáveis negadas , e 1 às afirmadas
- **MAXTERMOS**
  - Somatórios que englobam todas as variáveis independentes
  - Podem-se obter a partir dos mintermos, e vice-versa
  - $M_i=m_{2^n-1-i}$

FORMAS CANÓNICAS

- **1ª. FORMA CANÓNICA**
  - Soma de mintermos
  - Exemplo: função XOR
    - →XOR(A,B) = A.!B+!A.B = $m_1+m_2 = \Sigma(1,2)$
  - Problemas
    - →Qual a tabela de verdade da função de 3 variáveis $\Sigma(0,5,7)$?
    - →Qual a 1ª forma canónica da função OR de 3 variáveis
- **2ª. FORMA CANÓNICA**
  - Produto de maxtermos
  - Exemplo: função XOR
    - →XOR(A,B) = (!A+!B).(A+B) = $M_0 . M_3 = \Pi(0,3)$
  - Problemas
    - →Qual a tabela de verdade da função de 3 variáveis $\Pi(0,5,7)$?
    - →Qual a 2ª forma canónica da função OR de 3 variáveis

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

1) OBTENÇÃO DE UMA FUNÇÃO QUE RESOLVA O PROBLEMA POSTO
- Métodos analíticos
- Especificar o problema numa tabela de verdade
  - →Obter os mintermos

2) SIMPLIFICAR A EXPRESSÃO
- Métodos analíticos
- Mapas de Karnaugh

3) IMPLEMENTAR O CIRCUITO
- Escolher os integrados que implementam as gates
  - →Pode ser necessário alterar a função obtida em 2 para minimizr o número de integrados usado
- Desenhar o logigrama (com pinout) do circuito

Exemplo

- **Passo 1 para o problema dos vigias do navio:**
  - Método analítico: L= a.b.!c.!d + a.!b.!c.!d + !a.b.!c.d + ...
  - Tabela de verdade:

Mintermos:
0,1,2,3,4,6,8,12

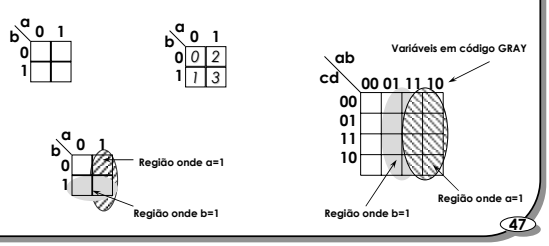
A(a,b,c,d) = $\Sigma(0,1,2,3,4,6,8,12)$

A(a,b,c,d) = !a.!b.!c.!d + !a....

a b c d	A	
0 0 0 0	1	← a.b.c.d
0 0 0 1	1	
0 0 1 0	1	
0 0 1 1	1	
0 1 0 0	1	
0 1 0 1	0	
0 1 1 0	1	
0 1 1 1	0	
1 0 0 0	1	
1 0 0 1	0	
1 0 1 0	0	
1 0 1 1	0	
1 1 0 0	1	← a.b.c.d
1 1 0 1	0	
1 1 1 0	0	
1 1 1 1	0	

MAPAS DE KARNAUGH

- **Um mapa de karnaugh é um modo de escrever a tabela de verdade**
- **Cada quadrícula tem apenas 1 bit diferente dos vizinhos (distância de Hamming=1)**



MAPAS DE KARNAUGH

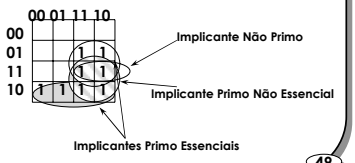
- **Método gráfico, baseado nos diagramas de Venn, que permite detectar adjacências**
  - 1) Escrever o mapa usando código reflectido, de modo a que 2 quadrículas contíguas diferem em apenas 1 byte.
  - 2) Cada quadrado corresponde a uma linha da tabela de verdade => corresponde a um mintermo da expressão se for 1
  - 3) Como na tabela 2 quadrados contíguos diferem apenas numa das variáveis, podemos escrevê-los como $\Pi x_i y$ e $\Pi x_i !y$
  - 4) Se dois quadrados contíguos forem 1, podemos representá-los como $\Pi x_i y+\Pi x_i !y = \Pi x_i(!y+y) = \Pi x_i$, de onde se conclui que podemos ignorar a variável que troca de valor
- **REGRA:**
  - 1) Formar quadrados ou rectângulos com 2^m quadrículas
  - 2) Pôr na expressão só as variáveis que se mantêm constantes

MAPAS DE KARNAUGH

- **Os grupos resultantes da junção de mintermos chamam-se IMPLICANTES**
  - **Implicante PRIMO**
    - →**Implicante que não pode ser mais alargado**
  - **Implicante ESSENCIAL**
    - →**Implicante que seja o único (dos primos) que "cobre" um dado mintermo**

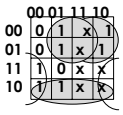
Problemas:

1. Vigias
2. Descodificador de 7 Segmentos para BCD
3. Semáforos
4. Segurança para as portas da cidadela



MAPAS DE KARNAUGH

- **Indeterminações**
  - **Correspondem a casos onde "tanto faz" que a resposta seja 1 ou 0 (pode por exemplo ser uma combinação de entrada que nunca ocorre**
  - **Representam-se nos mapas de Karnaugh por X**
  - **Podemos simplificar os X como 1 ou como 0, conforme nos dê mais jeito**
  - **Exemplo: descodificador de 7 segmentos BCD (traço do meio)**

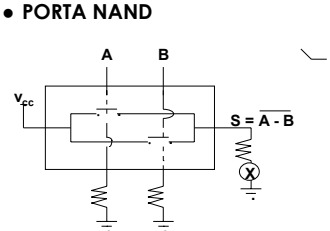


Alguns X são interpretados como 1 outros como 0

Exemplo de um Logigrama (comp)

simbolos de desenho

- **PORTA NAND**



S = A - B (= A B)