

Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

Sistemas de Apoio à Decisão

Técnicas e Algorítmos

Prof. Doutor Victor Lobo

Mestrado em Estatística e Gestão de Informação

Programa (Detalhado)

1/5

- **1. Introdução aos Sistemas de Apoio à Decisão**
 - 1.1. Sistemas de Apoio à Decisão (SAD).
 - 1.2. Processo de tomada de decisão.
 - 1.3. Indicadores para tomada de decisão.
 - 1.5. Tendências: Internet e Gruopware
- **2. Principais áreas de SAD**
 - 2.1. Organização de dados e datawarehousing.
 - 2.2. Visualização de dados.
 - 2.3. Geração de relatórios, indicadores, e OLAP.
 - 2.4. Modelação de incerteza.
 - 2.5. Técnicas de previsão –Visão geral, árvores e redes neurais
 - 2.6. Técnicas de agrupamento – Visão geral, árvores e k-médias
 - 2.7. Heurísticas de Optimização.
 - 2.8. Pesquisa de soluções e sistemas periciais.

Objectivo desta disciplina

- Dar uma visão geral sobre os SAD
 - Enquadramento na organização, e tipo que tarefas que podemos esperar destes sistemas
 - **Principais técnicas** disponíveis
 - Tendências actuais
- Aprender algumas técnicas mais avançadas
 - Sistemas difusos, Algoritmos genéticos, Sistemas auto-organizados, etc...

Programa (detalhado)

2/5

- **3. Teoria da decisão e sistemas Bayesianos**
 - 3.1 Conceitos gerais
 - 3.2 Decisões óptimas Bayesianas.
- **4. Pré-processamento, projecções, e métricas para dados. Estimativas de erro.**
 - 4.1 Técnicas de normalização
 - 4.2 Métricas para dados numéricos e categóricos
 - 4.3 Estimativas de erro de sistemas de classificação e regressão
 - 4.4 O problema dos valores em falta
 - 4.5 Técnicas para extracção de características e projecções

Programa (tarços gerais)

- 1. Introdução aos Sistemas de Apoio à Decisão
- 2. Principais áreas de SAD
- 3. Teoria da decisão e sistemas Bayesianos
- 4. Pré-processamento, projecções, e métricas para dados. Estimativas de erro.
- 5. Mapas auto-organizados (SOM)
- 6. Aprendizagem e classificação baseada em instâncias
- 7. Sistemas Fuzzy (Lógica Difusa)
- 8. Algoritmos Genéticos
- 9. Sistemas Periciais
- 10. Redes Neuronais (para além de MLP)
- 11. Estudo de casos

Programa (detalhado)

3/5

- **5. Mapas auto-organizados (SOM)**
 - 5.1. Conceitos fundamentais.
 - 5.2. Formalização dos SOM.
 - 5.3. Matrizes U e sua interpretação.
 - 5.4. Utilização e Variantes de SOM.
- **6. Aprendizagem e classificação baseada em instâncias**
 - 6.1 Algoritmo do vizinho mais próximo
 - 6.2 Variantes do vizinho mais próximo
 - 6.3 Escolha selectiva

Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

Programa (detalhado)

4/5

■ 7. Sistemas Fuzzy (Lógica Difusa)

- 7.1. Representação de incerteza.
- 7.2. Funções de pertença.
- 7.3. Operadores difusos.
- 7.4. Clustering difuso.
- 7.5 Outras abordagens: probabilidades e rough sets

■ 8. Algoritmos Genéticos

- 8.1. Conceitos e definições.
- 8.2 Problemas de codificação e espaço de busca
- 8.3. Operadores de cruzamento e mutação.
- 8.4. Operadores de seleção.

Resolução de problemas práticos

- MS-Excel
- SAS Enterprise Miner
- Microsoft SQL server
- Alguns programas dedicados
 - WEKA
 - Matlab

Programa (detalhado)

5/5

■ 9. Sistemas Periciais

- 9.1 Arquitetura geral de sistemas periciais
- 9.2 Lógica como paradigma de programação
- 9.3 Estratégias para exploração do espaço de soluções
- 9.4 Sistemas de forward chaining vs backward chaining

■ 10. Redes Neuronais

- 10.1 Perceptrões Multi-camada (MLP)
- 10.2 Redes de RBF
- 10.3 Redes de Hopfield
- 10.4 Support Vector Machines
- 10.5 Outros tipos de redes

■ 11. Estudo de casos

Avaliação

■ Exame Final

- Obrigatório para todos (60 a 100% da nota)

■ Trabalhos

- Trabalho prático de grupo (opcional, 20%)
- Trabalhos de Casa (opcional, até 20%)
- Trabalho individual de pesquisa e síntese
 - Ler, apresentar, e comentar um artigo sobre aplicações práticas de SAD.
 - Avaliado em conjunto com os trabalhos de casa

□ NOTA MÍNIMA EM TODAS AS PROVAS – 10 valores

Bibliografia

■ Livros de texto (nenhum é seguido “à risca”)

- **Decision Support and Business Intelligence Systems**, Turban, E., J. E. Aronson, et al., Prentice Hall, 2007
- **Sistemas de Suporte à Decisão**, Bruno Cortes, FCA, 2005.
- **Decision Support Systems in the 21st Century**, George Marakas, Prentice-Hall, 2002.



■ Para os “tópicos avançados”

- Textos de apoio e referências próprias

Horário de dúvidas e contactos

■ Email: vlobo@isegi.unl.pt

□ Dúvidas

- 5ª Feira às 21:15, 6ª Feira às 16:00
- Por mail em qualquer altura
- Sempre que estiver no ISEGI (!)

□ Material de apoio

- www.isegi.unl.pt/docentes/vlobo

Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

O que é ? Exemplos ?

- No dia a dia...



O que se espera obter de um SAD ?

- **Informação** útil e relevante
 - Permite decisões informadas
- **Conselhos** sobre a acção correcta a tomar
 - Não substitui o decisor, aconselha-o. Identifica situações inesperadas. Optimiza as acções necessárias para um dado objectivo.
- **Gestão** e acompanhamento das decisões
 - Possibilidade de agir e medir consequências
- Ferramentas para trabalho em **grupo**
 - Trabalho colaborativo e comunicação interna
- Armazenamento e gestão de “**conhecimento**”
 - Capacidade para superar as limitações humanas de processamento de informação. “Lembra” lições aprendidas
- Ferramentas para obter **vantagem competitiva**
 - Decidir melhor e mais depressa que a concorrência, detectar oportunidades e falhas

Origens



Confusão na nomenclatura

- Sinónimos, “trademarks”, “partes” de SAD, diferentes perspectivas
 - DSS – Decision Suport Systems
 - BI – Buisness Intelligence
 - KMS - Knowledge Management Systems
 - EIS – Enterprise Information Systems
 - ERP – Enterprise Resource Planning
 - BA – Business Analytics
 - CRM – Customer Relation Management
 - Data Warehouse
 - Expert Systems
 - Intelligent Agents
 - Datamining
 - Groupware, GSS - Group Support Systems
 - SCM, EIP, OPAP, ERM, Etc, etc, etc,etc,

Factores importantes para os SAD

- Quantidade de **dados** disponíveis
 - Dados operacionais, sensores de baixo custo
- **Poder de cálculo** e armazenamento de dados
- Sistemas computacionais de **baixo custo**
- Desenvolvimento científico e tecnológico
 - Inteligência Artificial e Aprendizagem Máquina (**Machine Learning**), e convergência com as técnicas mais clássicas da área da **estatística**, da **investigação operacional**, e do **reconhecimento de padrões**
- Software de **fácil** utilização
 - SAS, SAP, etc.

Funcionalidades

(não são todas mandatórias)

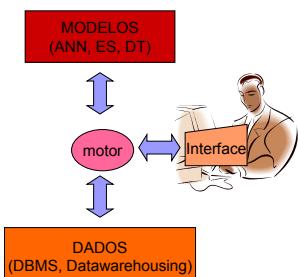
- **Recolha** de informação
- **Visualização** da informação
- Construção de **modelos**
- Fazer **previsões**, detectar situações anómalas (**outliers**)
- Resolução e **optimização** de problemas
- Suporte para decisões individuais ou em **grupo**
- Capacidade para lidar com problemas mal definidos e **pouco estruturados**
- Evolutivos, i.e., capacidade para se adaptarem a novas situações...

Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

Componentes comuns

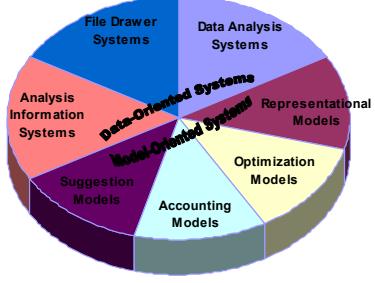
- Sistema de gestão de **dados**
- Sistema de gestão de **modelos**
- Motor de **inferência**
- **Interface** com o utilizador



Evolução histórica

- Sempre houve “suporte à decisão”
 - Decidir com *razão* vs *coração*
 - Mais informação → melhor decisão
- Origem do termo “Decision Support System”
 - Início dos anos 70 (Little, G. & S. Morton)
 - Usar modelos informáticos em gestão, produzindo software de fácil utilização
- Cada vez mais...amigáveis...potentes...abrangentes....
- Não há (nem pode haver...) o “SAD universal”

Componentes (segundo Alter)



Diferentes perspectivas

- Teoria da decisão
 - **O que é** uma BOA decisão ?
- Engenharia e Informática
 - **O que são** as ferramentas que permitem uma BOA decisão ?
 - **Como se fazem** essas ferramentas ?
- Gestão
 - **Como se usam** essas ferramentas ?
- Como interpretar e usar um SAD ?
 - **Compreender** as ferramentas
 - **Compreender** o processo de tomada de decisão

Tipos e ênfases dos SAD

- Centrados nos Dados *versus* Modelos
- Dedicados *versus* Generalistas
- Formais *versus* Ad Hoc
- Dirigidos (ou operativos) *versus* não-dirigidos (ou descritivos)
- Baseados na WEB

Objectivos nesta cadeira

- **Compreender a importância** que os SAD têm para as organizações, e o modo como se integram nessas mesmas organizações.
- Compreender o **tipo de tarefas** que é executado pelos SAD.
- Compreender os problemas associados ao **armazenamento**, tratamento, e disponibilização ou **visualização** de grandes volumes de dados.
- Conhecer e compreender as principais **técnicas de previsão**.
- Conhecer e compreender as principais **técnicas de agrupamento**.
- Conhecer e compreender as principais **técnicas de pesquisa e optimização heurística**.
- Reconhecer a técnica **mais adequada a cada problema**, aplicá-la, e **compreender os resultados**.

Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

Dominar algumas técnicas

- Visão mais geral
 - Conhecer as diversas técnicas disponíveis
- Particular ênfase
 - Mapas auto-organizados para clustering
 - Algoritmos genéticos
 - Sistemas "Fuzzy"
 - Instance Based Learning
 - Pré-processamento dos dados
 -

Software (pacotes facilmente disponíveis)

- WEKA
 - Para Datamining e "Machine Learning"
 - "open source" em Java
 - Corre em muitos ambientes, bastante completo (v3)
 - <http://www.cs.waikato.ac.nz/ml/weka/>
- Matlab (ou Octave e SciLab que são GNU)
 - Toolboxes de NN, DT, GA, ML, etc
 - SOMTOOLBOX (som), NETLAB (machine learning)
 - www.mathworks.com (site comercial da mathworks)
 - <http://www.gnu.org/software/octave/>
 - <http://www.scilab.org/>
- R
 - Package estatístico com muito suporte para datamining
 - Parecido com Matlab (mas diferente)
 - <http://www.r-project.org/>
- Outros – "Statistica Neural Networks", SOM_PAK, C4.5(original), SNNS, plug-ins para Excel, etc, etc, etc, etc

Software (para esta cadeira e para DSS)

- Excel !
 - Resolve muitos problemas.
 - Teste de métodos para "poucos" dados
- SAS - Enterprise Miner
 - Escalável para problemas "a sério"
 - Grande variedade de ferramentas
 - Pouca informação detalhada sobre métodos
 - Bom interface visual mas programação "pouco amigável"
 - www.sas.com – Muita informação sobre aplicações

Nosso patrocinador !
Disponível nas salas

Outros sites interessantes...

- DSS Resources
 - Prof. Daniel Power, livros, referências, etc
 - <http://dssresources.com/>
- Decisionarium
 - Software GNU, referências, etc
 - <http://www.decisionarium.tkk.fi>
- Machine Learning Network
 - www.mlnet.org
 - Software, dados, conferências, projectos, etc.
- Repositório de Irvine
 - www.ics.uci.edu/~mlearn
 - Dados, software, artigos
- Fabricantes de soluções "dedicadas"
 - Para gestão de terrenos, para marketing, etc, etc

Software (pacotes comerciais genéricos)

- SPSS – Clementine
 - Muito difundido nalgumas universidades
 - Versão de educação brevemente disponível
 - www.spss.com
- IBM - Intelligent Miner
 - Tem uma versão para download gratuito
 - <http://www-306.ibm.com/software/data/iminer/>
- SAP - Módulos de Business Intelligence
 - Grande variedade de módulos
 - <http://www.sap.com/platform/netweaver/components/bi/index.epx>

Existem decisões "óptimas" ?

- Optimalidade
 - Definida em função de um objectivo
 - sem **função objectivo** não há um óptimo !
 - Exige informação completa
 - Há sempre **incerteza** num caso real
 - Incerteza aumenta com a "não estruturação"
 - Matematicamente é encontrar o máximo de uma função
 - Exemplo da decisão óptima de Bayes

Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

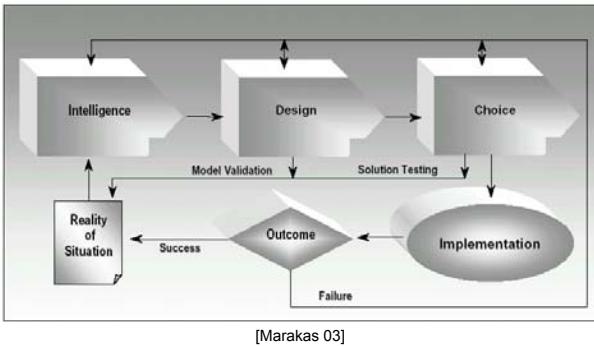
Processo de tomada de decisão

Enquadramento organizacional

Tipos e níveis de decisão

Tipo de decisão	Nível da decisão		
	Controlo Operacional	Controlo de Gestão	Planeamento Estratégico
Estruturada (programada)	Registo contabilístico, processamento de encomendas	Análise de orçamento, previsões de curto prazo, Relatórios	Investimentos, Localização de lojas e armazéns
Semi-estruturada	Escalonamento da produção, Controlo de inventário	Avaliação de crédito, preparação de orçamento, escalonamento de projectos, incentivos	Fusões e aquisições, planeamento novos produtos, planeamento de políticas
Não estruturada (não programada)	Aquisição de software, help desk, etc	Recrutamento, negociações, aquisição de máquinas	Planeamento de I&D, desenvolvimento de tecnologia, programas sociais

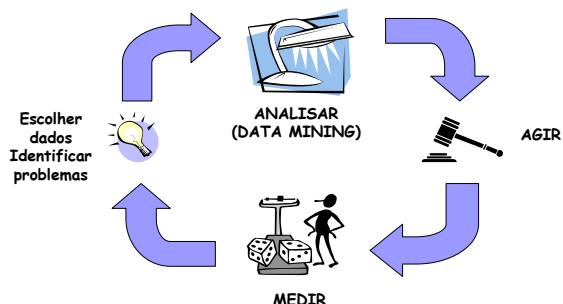
Ciclo de tomada de decisão



Tecnologias para os diversos tipos de decisão

Tipo de decisão	Tipo de tecnologia
Estruturada (Programada)	MIS, Management Science Models, Transaction Processing
Semi-Estruturada	DSS, KMS, GSS, CRM, SCM
Não Estruturada (Não programada)	GSS, KMS, ES, NN, DT

Forma simplificada...



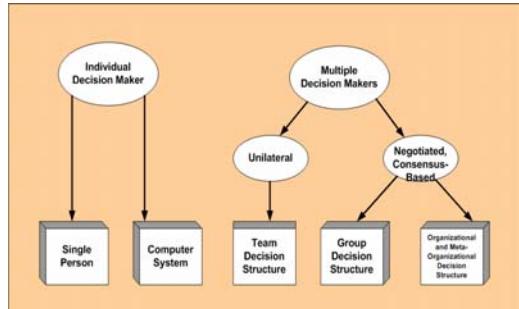
A envolvente organizacional

- Cultura organizacional
 - Afeta o processo de tomada de decisão
 - Afeta a utilização e enquadramento dos SAD
- Factores importantes
 - Estrutura da organização
 - Interacção entre actores
 - Estilos de liderança

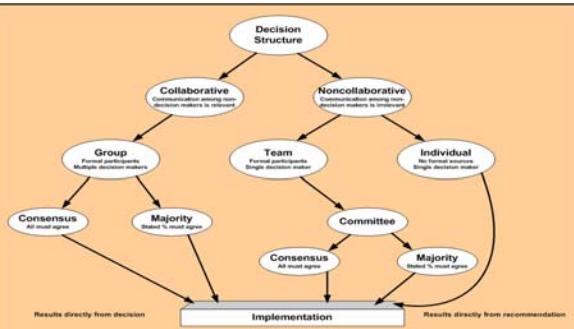
Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

Diversos modelos para descrever a tomada de decisão-individual vs grupo



Diversos modelos para descrever a tomada de decisão-individual vs grupo



Tarefas típicas (1 a 7)

- 1 - **Organização** dos dados
 - Recolha, “limpeza”, normalização, armazenamento, dados heterogéneos...
- 2 – **Visualização**
 - Apresentar os dados, compreendê-los, ter “insights” sobre os dados, explorá-los
- 3 – **Representação** de conhecimento e incerteza
 - Dados->Informação->Conhecimento, ser “mais ou menos”, ser “provável”, etc.

Tarefas típicas (1 a 7)

- 4 - **Previsão**
 - Estimadores estatísticos, regressões, redes neurais, árvores de decisão, sistemas periciais, “case based reasoning”
- 5 – **Agrupamento**
 - Clustering, detectar “outliers”, detectar grupos de interesse
- 6 – **Pesquisa de soluções**
 - Encontrar uma solução possível. Heurísticas de busca, simuladores, GA, etc
- 7 - **Optimização**
 - Encontrar a melhor solução possível. Técnicas de IO, heurísticas, GA, SA, etc

Neste contexto, quais as vantagens em partilhar o SAD ?

- Explora múltiplas perspectivas de uma decisão
- Gera alternativas múltiplas e de maior qualidade
- Explora múltiplas estratégias
- Facilita o brainstorming
- Fornece orientação e reduz possíveis desvios
- Aumenta a capacidade de lidar com problemas complexos
- Melhora o tempo de resposta
- Desencoraja a decisão prematura
- Permite controlar múltiplas fontes de dados

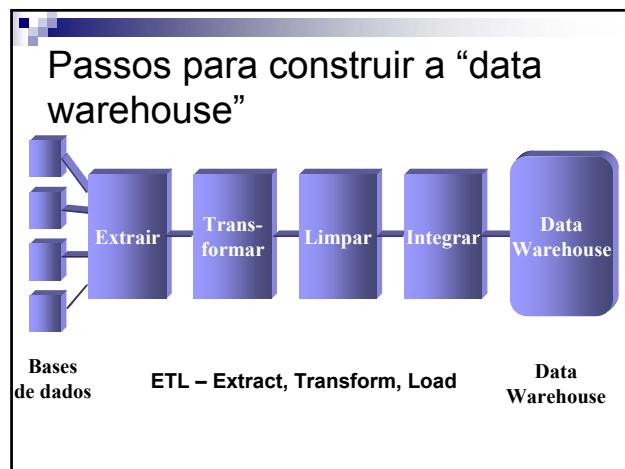
Organização dos dados

Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

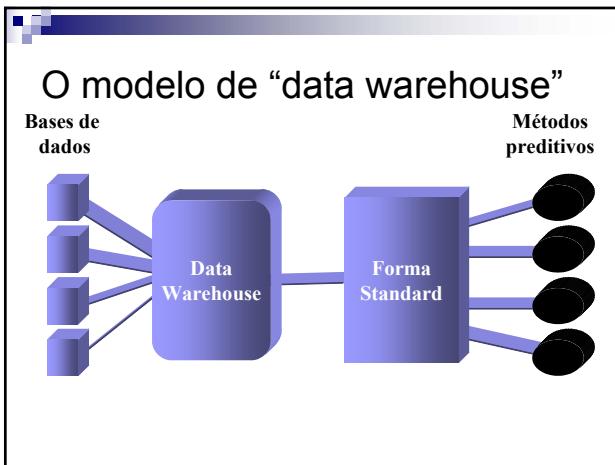
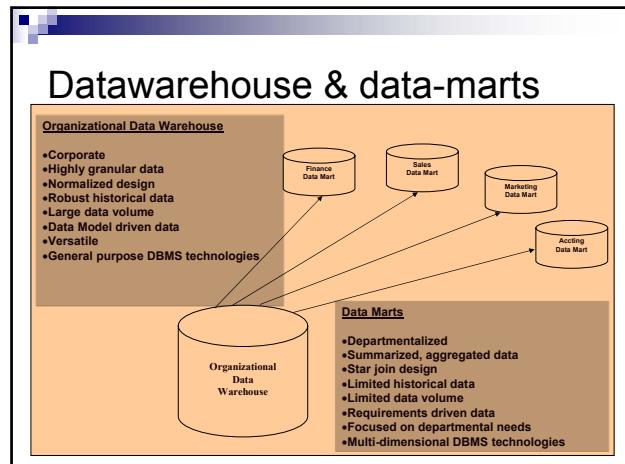
Informação é poder...

- “Água é vida”...
 - Todos os anos morre gente afogada...
- É necessário “trabalhar” a informação
- Hierarquia de compreensão e utilidade
 - ← Conhecimento
 - ← Informação
 - ← Dados



SI Operacional vs Analítico

<ul style="list-style-type: none">■ Sistema de Informação Operacional<ul style="list-style-type: none">□ Ligado directamente aos processos□ Processamento em tempo real, contínuo□ Muitos dados, pouco processamento□ Constante mutação	<ul style="list-style-type: none">■ Sistema de Informação Analítico<ul style="list-style-type: none">□ Ligado aos decisores□ Processamento “off-line”, em tempo diferido□ Muitos dados e MUITO processamento□ Maior estabilidade
--	---



Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

Medição, indicadores, visualização

- Relatórios “tradicionalis”
 - Relatórios contabilísticos, tabelas de resultados
- Dashboards
 - Conceito de “tableau de bord”
 - Um (ou mais) números que indicam a “saúde” da empresa
- Scorecards
 - Metodologias para medir “o que é importante” num dado negócio
 - Técnicas para elaboração de “balanced scorecards”



Exemplo de um cubo de dados

- dados de vendas por semestre, por produto e por cidade:

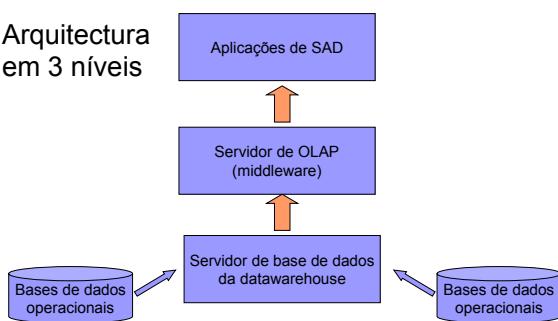
Semestre	Vendas
Primeiro	16.000,00
Segundo	16.000,00

Produto	Vendas
Banana	16.000,00
Laranja	16.000,00

Cidade	Vendas
Lisboa	16.000,00
Porto	16.000,00

Acesso à datawarehouse

- Arquitectura em 3 níveis



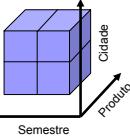
Exemplo de um cubo de dados

- Dados mais detalhados: numa tabela

Semestre	Produto	Cidade	Valor
Primeiro	Banana	Lisboa	3.000,00
		Porto	1.000,00
		Laranja	4.000,00
Segundo	Banana	Porto	8.000,00
		Lisboa	6.000,00
		Porto	6.000,00
	Laranja	Lisboa	3.000,00
		Porto	1.000,00

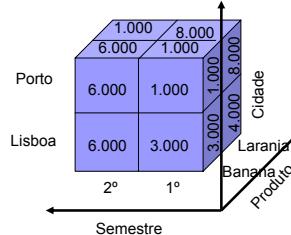
Sistemas de OLAP

- OLAP- On-Line Analytical Processing
 - Disponível para muitos sistemas de bases de dados
 - Conjunto de ferramentas de “reporting”: fáceis e flexíveis
- Conceito de **hipercubo de dados**
 - Agrupar segundo **diversas dimensões**
 - Tempo, Local, Produto, Cliente, etc.
 - **Cortes** (slices) e **vistas**
 - Ver o hipercubo sob uma dada perspectiva
 - “Colapsar” (ou não) algumas dimensões
 - **Roll-up**:
 - Consolidar ou agrregar em dados mais gerais
 - **Drill-down**:
 - Separar em nódulos mais específicos
 - Outras:
 - Ranking, Filtering, Dicing, estruturas ROLAP, HOLAP



Exemplo de um cubo de dados

- Dados mais detalhados: num cubo



Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

Bibliografia

- George Marakas, Modern Data Warehousing, Mining, and Visualization, Prentice-Hall 2003
- Barry Devlin, Data Warehouse – from Architecture to Implementation, Addison-Wesley, 1997

Dados numéricos

■ Como comparar vectores numéricos ?

- Distâncias $d(x,y)$
 - 3 condições formais:
 - $d(x,y) \geq 0, \forall x,y$, e $d(x,y) = 0, \Rightarrow x=y$
 - $d(x,y) = d(y,x), \forall x,y$
 - $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y), \forall x,y,z$

■ Exemplos

- Distância Euclideana

$$d(x,y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^2 \right)^{1/2}$$

Tipos de dados e operações básicas

Distâncias entre vectores

■ Distâncias de Minkowski de ordem p

$$d(x,y) = \left(\sum (x_i - y_i)^p \right)^{1/p}$$

- Ordem 1 – Distância de manhattan, ou “city block”

$$d(x,y) = \sum |x_i - y_i|$$

- Ordem 2 – Distância Eulideana

■ Ordens mais altas

- Dependem cada vez mais da componente mais diferente
- Úteis para evitar “outliers”

Dados numéricos

- Inteiros ou reais
- Precisão e gama dinâmica
 - Número de bits
 - Tipo de representação
 - Vírgula fixa, vírgula flutuante, números astronómicos
- Operações
 - Relações de ordem, operações aritméticas
- Exemplos
 - Temperaturas, nº de pessoas, etc
 - 34, 24.5, 20.4×10^{-15} , 32144152353, ...
- Dados numéricos multidimensionais
 - Vectores numéricos

Distâncias entre vectores

■ Distâncias ponderadas

- Dão pesos diferentes a componentes diferentes

$$d(x,y) = \left(\sum \varphi_i (x_i - y_i)^p \right)^{1/p}$$

- Se o factor de ponderação for a matriz de correlação e a ordem for 2, teremos a distância de Mahalanobis, ou distância euclideana normalizada

$$d(x,y) = \sqrt{(x-y)^T \Sigma^{-1} (y-x)}$$

■ Produto interno

- São uma medida de correlação entre os vectores
- São a projecção de um vector sobre o outro

$$d(x,y) = \sum x_i y_i$$

Introdução a SAD

V 1.3, V.Lobo, EN/ISEGI, 2009

Distâncias entre vectores

Máxima correlação

$$d(x, y) = \max_k \sum x_i y_{i-k}$$

Cosenos directores

- É sensível à relações entre as componentes e não à sua magnitude

$$d(x, y) = \cos \theta = \frac{\sum x_i y_i}{\|x\| \times \|y\|}$$

Outras

- Menor diferença
- Maior diferença
- Tanimoto (aplicado a reais)

$$d(x, y) = \frac{\sum x_i y_i}{\|x\|^2 + \|y\|^2 - \sum x_i y_i}$$

Distâncias entre vectores categóricos

Tabela de contingência entre valores dos vectores

	Object x		sum
	1	0	
Object y	1	a	b
	0	c	d
sum	a+c	b+d	a+b+c+d

Métricas:

Coefficients	Equation	Range
Simple Matching (Sokal and Michener 1958)	$\frac{a+d}{a+b+c+d}$	[0,1]
Russel and Rao (Russel and Rao 1940)	$\frac{a}{a+b+c+d}$	[0,1]
Rogers and Tanimoto (Rogers and Tanimoto 1960)	$\frac{a+d}{a+2(b+c)}$	[0,1]
Russell (Hamming 1961)	$\frac{(a+d)-(b+c)}{a+b+c+d}$	[-1,1]
Ochiai II (Ochiai 1957)	$\frac{ad}{\sqrt{(a+d)(a+c+d+b)(d+c)}}$	[0,1]
Sokal and Sneath (Sokal and Sneath 1963)	$\frac{2(a+d)}{2(a+d)+b+c}$	[0,1]
Kulczynski I (Kulczynski 1927)	$\frac{a}{b+c}$	[0,+∞]
Kulczynski II (Kulczynski 1927)	$\frac{a}{2} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$	[0,1]
Ochiai (Ochiai 1957)	$\frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$	[0,1]

Dados categóricos

- Booleanos
 - Só têm valor 0 ou 1
 - Exemplos
 - Tem a altura mínima, tem um curso, tem...
- Ordinais
 - Têm um número finito de valores
 - Os valores têm uma relação de ordem (mas não podem ser feitas operações aritméticas)
 - Exemplos
 - Escalões de vencimentos, Escalas de comportamento
 - Mau/Suficiente/Bom/Muito Bom, Alto/médio/baixo...
- Categóricos (puros)
 - Não têm relação de ordem
 - Exemplos
 - Naipes de cartas, raças.
 - Paus/Ouros/Espadas/Copas, Marinha/Administração Naval/Fuzileiros/...

Medidas de semelhança/dissemelhança

Não obedecem às 3 condições das distâncias

- Podem não ser simétricas
- Podem ser o inverso de uma distância
- Podem não respeitar a desigualdade triangular

Exemplos

- Algumas das métricas do acetato anterior
- “Distância” de Kullback–Leibler

$$d(x, y) = \sum x_i \log \frac{x_i}{y_i}$$

Distâncias entre vectores categóricos

Distância de Hamming

- Número de bits diferentes
- Equivalente à distância de manhattan ou ao quadrado da distância euclideana
- Exemplo
 - D(0010, 1010)=1, D(0010, 1101)=4

Distância de edição ou de Levenshtein

- Número de alterações (apagar um valor ou acrescentar um valor)
- Exemplo
 - D(ABC,AB)=1, D(ABC,AD)=3

Outros tipos de dados

Conjuntos

- Podem ser semelhantes a dados categóricos
 - Representados e manipulados como categóricos
- Podem ser conjuntos de pontos
 - Representados como listas
 - Distância de Hausdorff
 - Maior das menores distâncias de um conjunto ao outro

$$d(x, y) = \max(\min_j d(x_i, y_j))$$

Árvores ou outros grafos

Mapas

Etc,etc,etc...