

# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## Sistemas difusos (Fuzzy Systems)

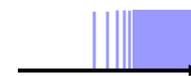
Victor Lobo

Mestrado em Estatística e Gestão de Informação

### Ideia geral

- Lógica clássica
  - Sim ou Não: ou é, ou não é
- Probabilidades
  - Sim, com uma certa probabilidade
- Lógica difusa (fuzzy sets)
  - Sim (pelo menos em parte) ou não
  - É, com um certo **grau de pertença**
- Lógica incerta (rough sets)
  - Sim, não, ou não consigo dizer

Conjunto das  
pessoas altas



# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## História

- Origem
  - Lofti Zadeh, 1965
  - “Computing with numbers” e “linguistic variables”
- Uma maneira de ver o mundo
- Uma matemática própria
  - Regras fuzzy
  - Aritmética fuzzy
- Aplicações
  - A partir dos anos 80, no Japão: “controladores fuzzy” para elevadores, torradeiras, micro-ondas

## Porquê usar sistemas difusos

- Introdução dos dados e conhecimento:
  - Mais fácil, mas próxima da experiência quotidiana
  - Tem em linha de conta as falhas e ambiguidades
  - Combinação de diversas origens (eventualmente até contraditórias)
- Resultados
  - Espelham a verdadeira incerteza que temos
- Mais fáceis de desenhar/implementar

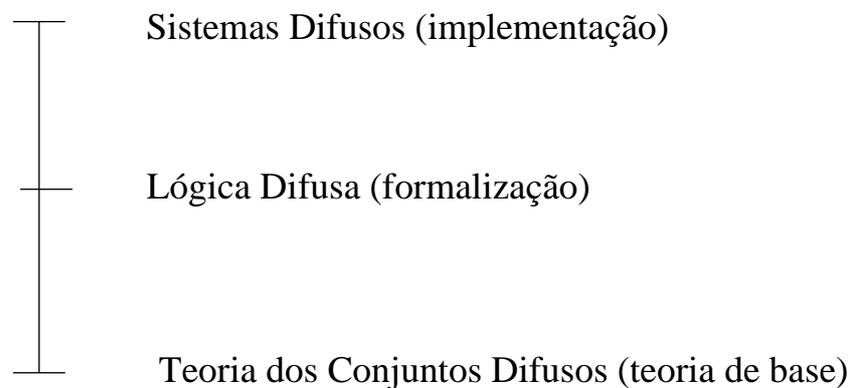
# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## Fuzzy *versus* probabilidades

- Probabilidades
  - Grau de **crença**
  - Grau de probabilidade de ser
  - “Talvez seja alto”
- Fuzzy
  - Grau de **verdade**
  - Grau de pertença
  - “É um pouco (0.6) alto”

## Da teoria dos conjuntos difusos aos sistemas difusos



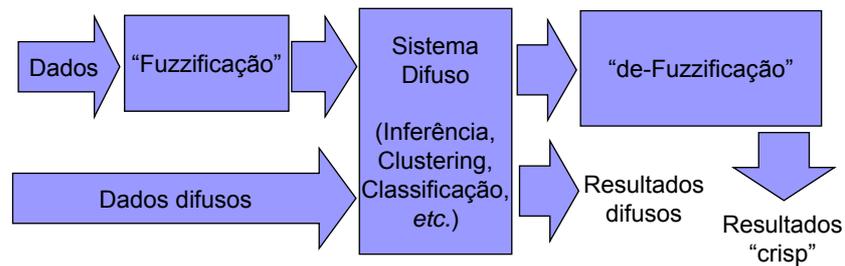
# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## Arquitectura de sistemas difusos

### ■ Entrada / saída

- Pode ou não ser difusa



## Conjuntos difusos

### ■ Conjuntos clássicos

- Função característica  $\mu$  de um objecto  $x$  a um conjunto  $A$
- São valores binários

$$\mu_A(x) \in \{0,1\}$$

### ■ Conjuntos difusos

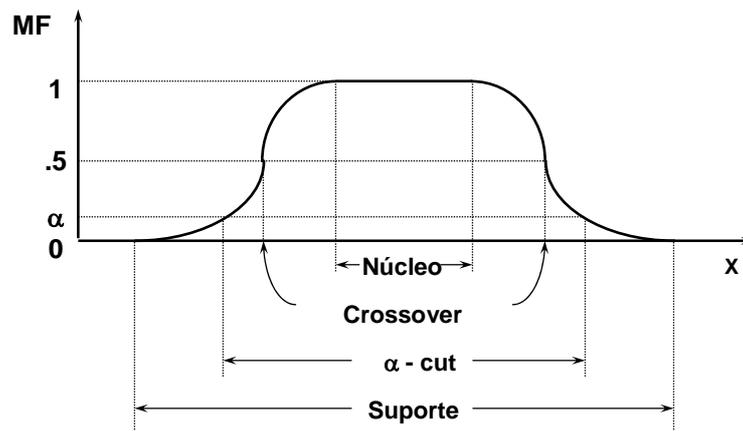
- Função de pertença  $\mu$  de um objecto  $x$  a um conjunto  $A$
- São valores reais

$$\mu_A(x) \in [0,1]$$

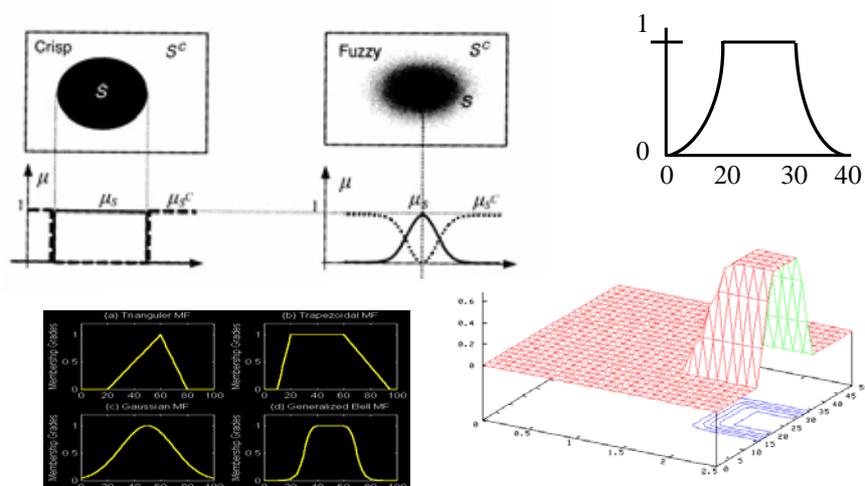
# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## Funções de pertença $\mu_A(x)$



## Exemplos de funções de pertença

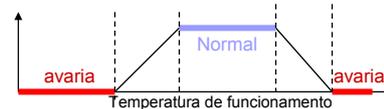


# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## Funções de pertença

- Pertenças a vários conjuntos
  - Pertenças probabilísticas
    - Soma das pertenças a todos os conjuntos =1
    - $\sum \mu = 1$
  - Pertenças possibilísticas
    - Pertenças podem somar mais ou menos que 1
    - Para cada uma delas,  $\mu \leq 1$
- Como determiná-las ?
  - Normalmente à priori, com valores max e min
  - Métodos dedicados



## Operações difusas

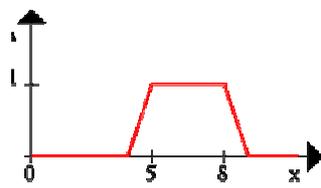
- Como combinar conjuntos difusos ?
  - $A = \neg B$
  - $A = \alpha_x(B)$
  - $A = B \wedge C$  (min)
  - $A = B \vee C$  (max)
  - Outros operadores
    - $A = B+C$
    - $A = B-C$
    - $A = B \times C$
    - $A = B/C$



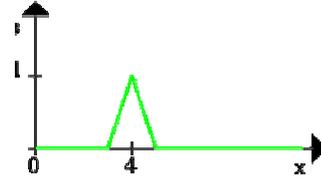
# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

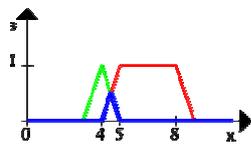
## Operadores lógicos mais usuais



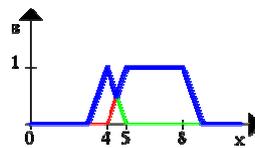
A



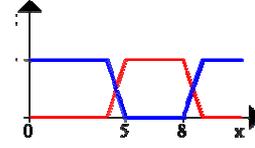
B



$A \wedge B$  (min)

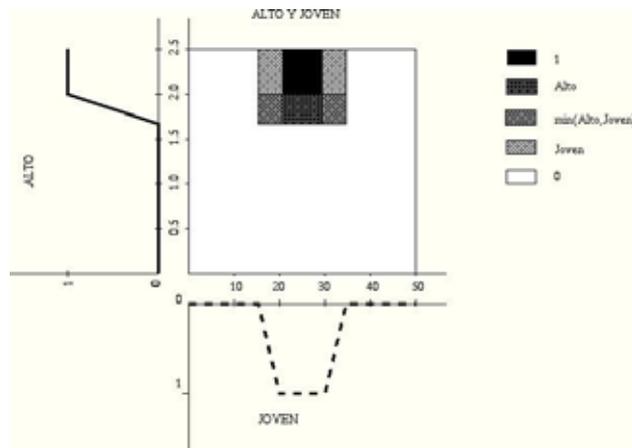


$A \vee B$  (max)



$\neg A$  (not)

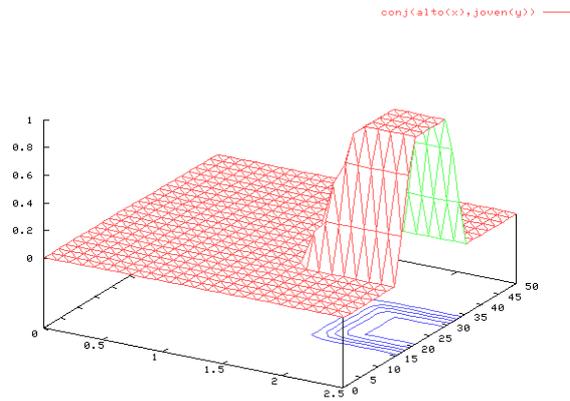
## Conjunção (2D) de conceitos fuzzy



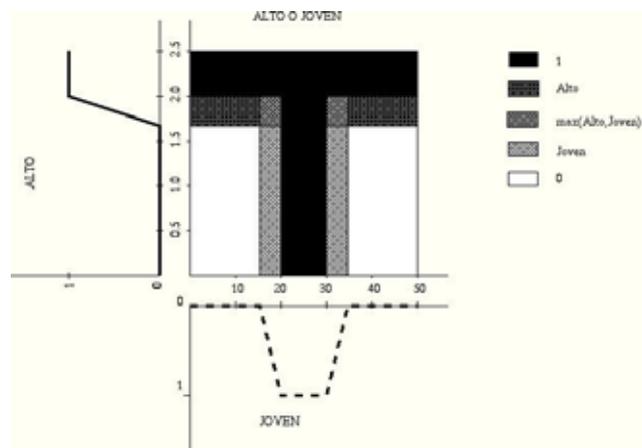
# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## Conjunção (2D) de conceitos fuzzy



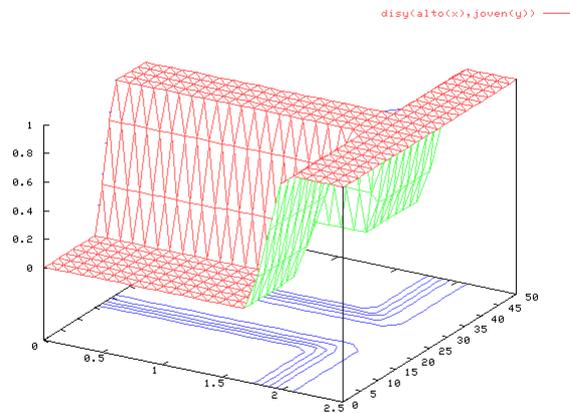
## Disjunção (2D) de conceitos fuzzy



# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## Disjunção (2D) de conceitos fuzzy



## Sistemas de inferência difusos

### ■ Regras:

- “se A então B”  $A \Rightarrow B$
- “se A e B então C e D”

### ■ Se o antecedente é difuso

- A implicação é difusa ?
- O conseqüente é difuso ?
  - Faz mais sentido

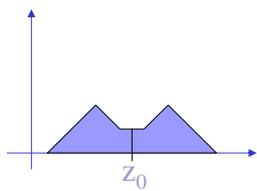
# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

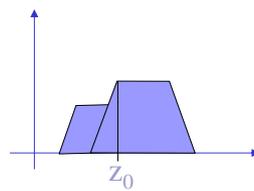
## De-fuzzificação

- Voltar a obter um valor inequívoco

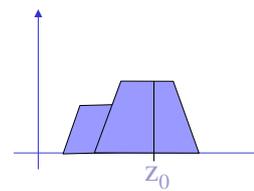
Exemplos:



Centróide



First-of-Maxima



Critério Máximo

## Principais técnicas baseadas em sistemas difusos (em SAD)

- FCM – Fuzzy C-Means
  - Alternativa “fuzzificada” ao k-médias
  - A pertença a cada conjunto é proporcional à distância ao centroide
- Regras Fuzzy
  - Regras com antecedentes difusos
  - Regras com consequentes difusos

# Sistemas Difusos

V 1.1, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

## Exemplo de um problema:

- Uma empresa quer **contratar uma pessoa** para uma determinada tarefa. Para tal necessita de alguém que seja um **bom matemático** e um **razoável ou bom físico**.
- Os conceitos de “bom” e “razoável” são definidos através de funções difusas
- Candidataram-se a esse emprego 4 pessoas
- Qual será o candidato seleccionado ?

	Mat.	Fís.
Manel	19	12
João	12	17
Maria	15	15
Pedro	16	13

