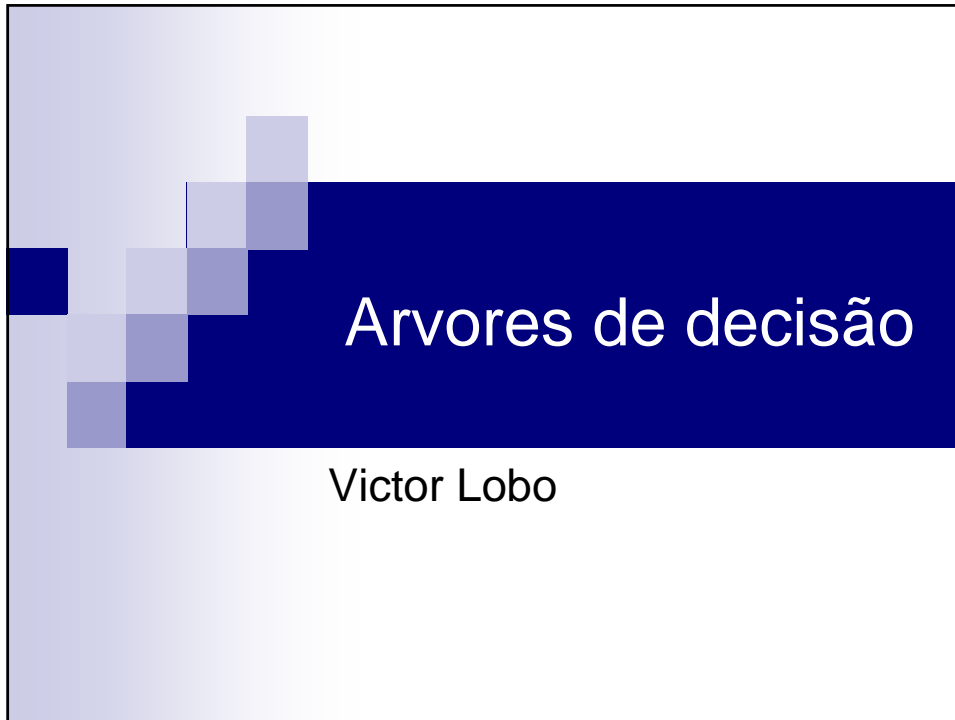


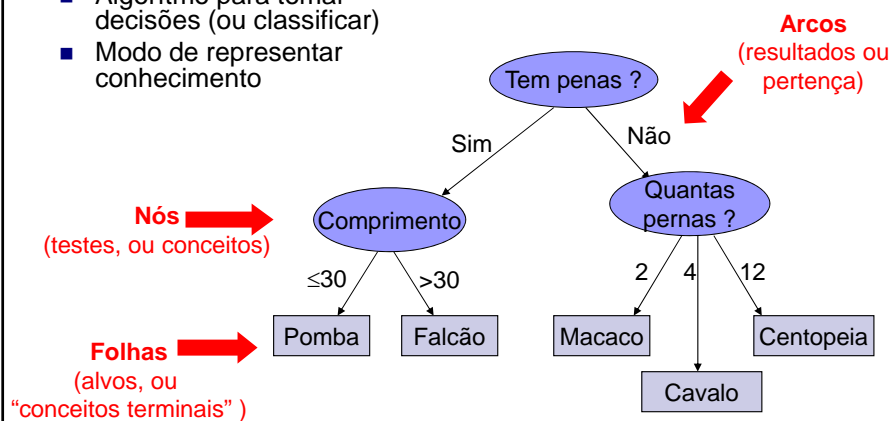
Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010



O que é uma árvore de decisão ?

- Algoritmo para tomar decisões (ou classificar)
- Modo de representar conhecimento

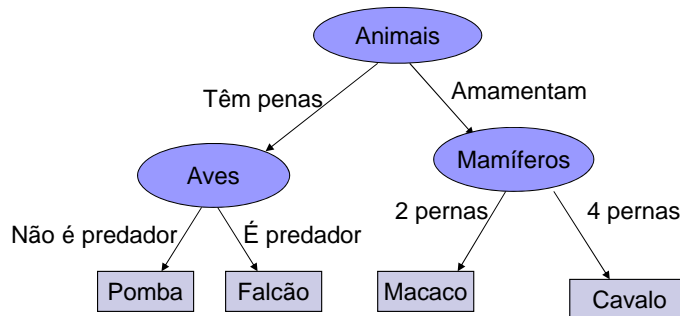
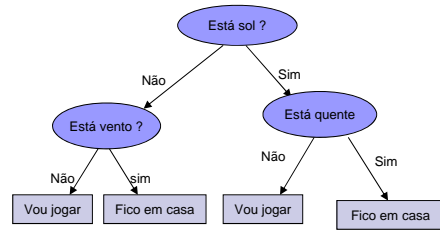


Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

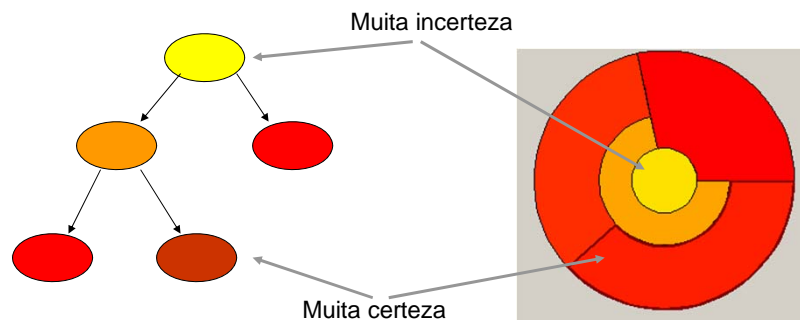
Outras árvores

- Sempre “divide and conquer” !



Outra maneira de ver árvores

- Vista de cima...
 - Permite ver também o número de dados abrangidos, e o poder discriminante da pergunta

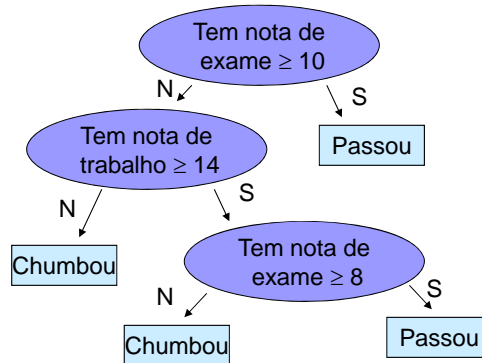


Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Extracção de regras (a partir de árvores)

- Cada arco
 - acrescenta uma conjunção
- Cada folha "repetida"
 - acrescenta uma disjunção



Passou \Leftrightarrow (Exame \geq 10) \vee ((Exame $<$ 10) \wedge (Trabalho \geq 14) \wedge (Exame \geq 8))

Chumbou \Leftrightarrow ((Exame $<$ 10) \wedge (Trabalho $<$ 14)) \vee ((Exame $<$ 10) \wedge (Trabalho \geq 14) \wedge (Exame $<$ 8))

Vantagens das árvores ⁽¹⁾

- Interpretação
 - Percebe-se a razão da decisão
- Facilidade em lidar com diversos tipos de informação
 - Real, nominal, ordinal, etc
 - Não é necessário definir "importância relativa"
- Insensível a factores de escala

Importantíssimo !

A razão !

Árvores de decisão

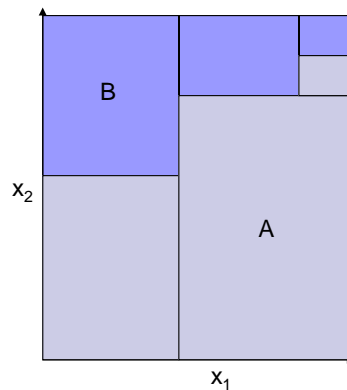
V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Vantagens das árvores ⁽²⁾

- Escolha automática dos atributos mais relevantes em cada caso
 - Atributos mais relevantes aparecem mais acima na árvore
- Adaptável também a problemas de regressão
 - Modelos locais lineares como folhas

Desvantagens de árvores

- Fronteiras lineares e perpendiculares aos eixos (CART & Cia.)
- Sensibilidade a pequenas perturbações no conjunto de treino (geram redes muito diferentes)

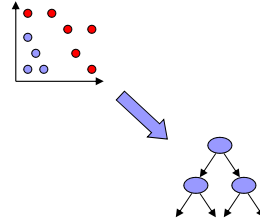


Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Indução de árvores de decisão

- A partir de um conjunto de treino, construir uma árvore
- Problemas:
 - Que pergunta fazer ?
 - Que variável interrogar ?
 - Qual o valor de corte ?
 - Qual o nó a “partir” ?
 - Quantos ramos pôr em cada nó ?
 - Quando parar ?



Algoritmo básico de indução de árvores de decisão

- Em cada nível divide o conjunto de exemplos em partições alternativas.
 - Utilizando uma medida da *QUALIDADE* da partição selecciona a melhor partição.
- Para a partição seleccionada, volta a repetir o processo para cada um dos elementos da partição.
- Parar quando algum critério for atingido

Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Algoritmos mais usados

- ID3, C4.5 e C5 [Quinlan 86,93]
 - Iterative Dichotomizer 3
- CART[Breiman 84]
 - Classification and regression trees
- CHAID [Hartigan 75]
 - *Chi-Squared Automatic Interaction Detection*
 - Usado pelo SPSS e SAS...
- Muitas (mesmo muitas) outras variantes...
 - Em SAS: possibilidade de seleccionar os diferentes parâmetros para a construção da árvore

Algoritmo DDT (devisive decision tree - Hunt 62)

- Assume-se que existe uma atributo especial a “Classe” e que os exemplos foram previamente classificados.
- Cada nó especifica um único atributo, que é usado como teste, designado por atributo mais discriminante.
- N – o nó N
- ASET – Attribute Set – Conjunto de atributos
- ISET – Instance Set – Conjunto de exemplos

Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

DDT(N, ASET, ISET)

Se o conjunto *ISET* é vazio **então** o nó terminal *N* é da classe *desconhecida*
senão

Se todas os exemplos de *ISET* são da mesma classe
então o nó terminal *N* tem o nome da classe
senão

Para cada atributo *A* do conjunto de atributos *ASET*

Avalia *A* de acordo com a capacidade de discriminar a classe

Selecciona o atributo *B* que tem o melhor valor discriminante

Para cada valor *V* do melhor atributo *B*

Cria um novo filho *C* do nó *N*

Coloca o par atributo valor (*B*, *V*) em *C*

Seja *JSET* o conjunto de exemplos de *ISET* com o valor *V* em *B*

Seja *KSET* o conjunto de atributos de *ASET* com *B* removido

DDT(*C*, *KSET*, *JSET*)

Pesquisa

- É uma pesquisa “gulosa”.
- Não tem “backtracking”.
- Pode ficar presa num mínimo local.

O “bias” desta aproximação indutiva é que as árvores mais pequenas são preferíveis às árvores grandes.

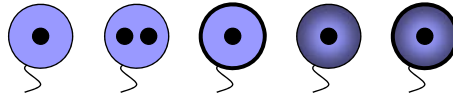
(Occam’s razor: prefere a hipótese mais simples que justifica os dados - 1320)

Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Exemplo (Análise de células [Langley 96])

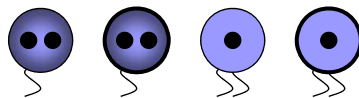
Lethargia



Burpoma



Saudável



Forma tabelar

# Núcleos	# Caudas	Cor	Membrana	Classe
1	1	Clara	Fina	Lethargia
2	1	Clara	Fina	Lethargia
1	1	Clara	Grossa	Lethargia
1	1	Escura	Fina	Lethargia
1	1	Escura	Grossa	Lethargia
2	2	Clara	Fina	Burpoma
2	2	Escura	Fina	Burpoma
2	2	Escura	Grossa	Burpoma
2	1	Escura	Fina	Saudável
2	1	Escura	Grossa	Saudável
1	2	Clara	Fina	Saudável
1	2	Clara	Grossa	Saudável

Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Métrica de qualidade

- Seja a medida de discriminação do atributo

$$f(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{|A|} C_i$$

em que n é o número total de exemplos e C_i é o número de exemplos correctamente classificados pela classe mais frequente.

É uma medida da “dominância” ou “pureza”

Tabelas

Se fizermos a partição pelo nº de núcleos...

# núcleos	1	2
Lethargia	4	1
Burpoma	0	3
Saudável	2	2

Poder discriminante:

$$(4 + 3) / 12 = 0.58$$

# Núcleos	# Caudas	Cor	Membrana	Classe
1	1	Clara	Fina	Lethargia
2	1	Clara	Fina	Lethargia
1	1	Clara	Grossa	Lethargia
1	1	Escuro	Fina	Lethargia
1	1	Escuro	Grossa	Lethargia
2	2	Clara	Fina	Burpoma
2	2	Escuro	Fina	Burpoma
2	2	Escuro	Grossa	Burpoma
2	1	Escuro	Fina	Saudável
2	1	Escuro	Grossa	Saudável
1	2	Clara	Fina	Saudável
1	2	Clara	Grossa	Saudável

Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Tabelas

Se fizermos a partição pelo nº de caudas...

# caudas	1	2
Lethargia	5	0
Burpoma	0	3
Saudável	2	2

Poder discriminante:
 $(5 + 3) / 12 = 0.67$

# Núcleos	# Caudas	Cor	Membrana	Classe
1	1	Clara	Fina	Lethargia
2	1	Clara	Fina	Lethargia
1	1	Clara	Grossa	Lethargia
1	1	Escura	Fina	Lethargia
1	1	Escura	Grossa	Lethargia
2	2	Clara	Fina	Burpoma
2	2	Escura	Fina	Burpoma
2	2	Escura	Grossa	Burpoma
2	1	Escura	Fina	Saudável
2	1	Escura	Grossa	Saudável
1	2	Clara	Fina	Saudável
1	2	Clara	Grossa	Saudável

Tabelas

Se fizermos a partição peça côr ...

Cor	Clara	Escura
Lethargia	3	2
Burpoma	1	2
Saudável	2	2

Poder discriminante:
 $(3 + 2) / 12 = 0.41$

# Núcleos	# Caudas	Cor	Membrana	Classe
1	1	Clara	Fina	Lethargia
2	1	Clara	Fina	Lethargia
1	1	Clara	Grossa	Lethargia
1	1	Escura	Fina	Lethargia
1	1	Escura	Grossa	Lethargia
2	2	Clara	Fina	Burpoma
2	2	Escura	Fina	Burpoma
2	2	Escura	Grossa	Burpoma
2	1	Escura	Fina	Saudável
2	1	Escura	Grossa	Saudável
1	2	Clara	Fina	Saudável
1	2	Clara	Grossa	Saudável

Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Se fizermos a partição pelo tipo de membrana...

Tabelas

Membrana	Fina	Grossa
Lethargia	3	2
Burpoma	2	1
Saudável	3	1

# Núcleos	# Caudas	Cor	Membrana	Classe
1	1	Clara	Fina	Lethargia
2	1	Clara	Fina	Lethargia
1	1	Clara	Grossa	Lethargia
1	1	Escura	Fina	Lethargia
1	1	Escura	Grossa	Lethargia
2	2	Clara	Fina	Burpoma
2	2	Escura	Fina	Burpoma
2	2	Escura	Grossa	Burpoma
2	1	Escura	Fina	Saudável
2	1	Escura	Grossa	Saudável
1	2	Clara	Fina	Saudável
1	2	Clara	Grossa	Saudável

Poder discriminante:
 $(3 + 2) / 12 = 0.41$

Tabelas

# núcleos	1	2
Lethargia	4	1
Burpoma	0	3
Saudável	2	2

0.58

Cor	Clara	Escura
Lethargia	3	2
Burpoma	1	2
Saudável	2	2

0.41

# caudas	1	2
Lethargia	5	0
Burpoma	0	3
Saudável	2	2

0.67

Membrana	Fina	Grossa
Lethargia	3	2
Burpoma	2	1
Saudável	3	1

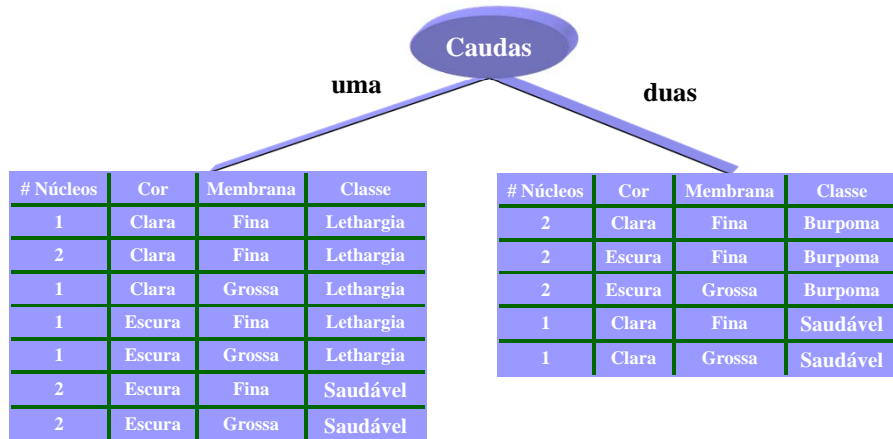
0.41

Escolha: # Caudas

Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

A árvore inicial



Tabelas sabendo #caudas = 1

# núcleos	1	2
Lethargia	4	1
Burpoma	0	0
Saudável	0	2

# Núcleos	Cor	Membrana	Classe
1	Clara	Fina	Lethargia
2	Clara	Fina	Lethargia
1	Clara	Grossa	Lethargia
1	Escura	Fina	Lethargia
1	Escura	Grossa	Lethargia
2	Escura	Fina	Saudável
2	Escura	Grossa	Saudável

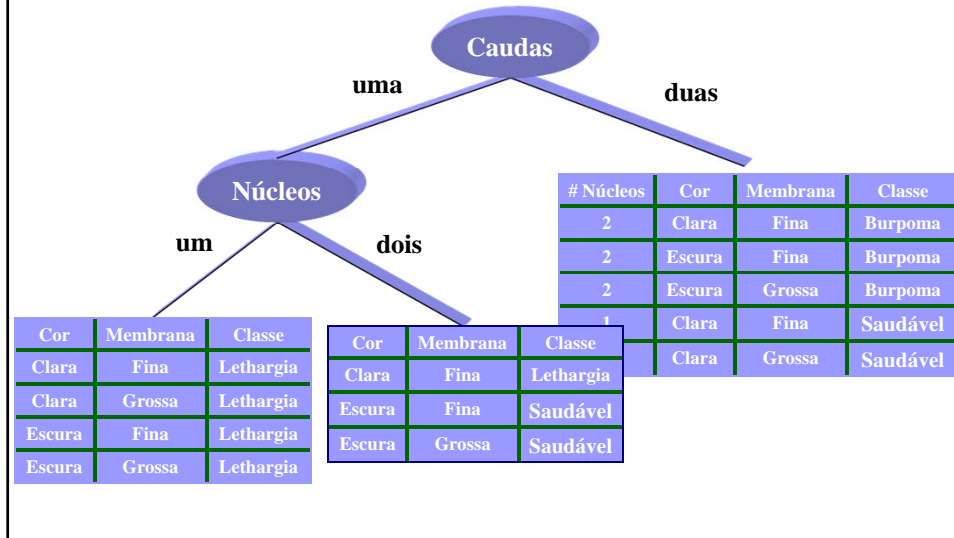
Cor	Clara	Escura
Lethargia	3	2
Burpoma	0	0
Saudável	0	2

Membrana	Fina	Grossa
Lethargia	3	2
Burpoma	0	0
Saudável	0	2

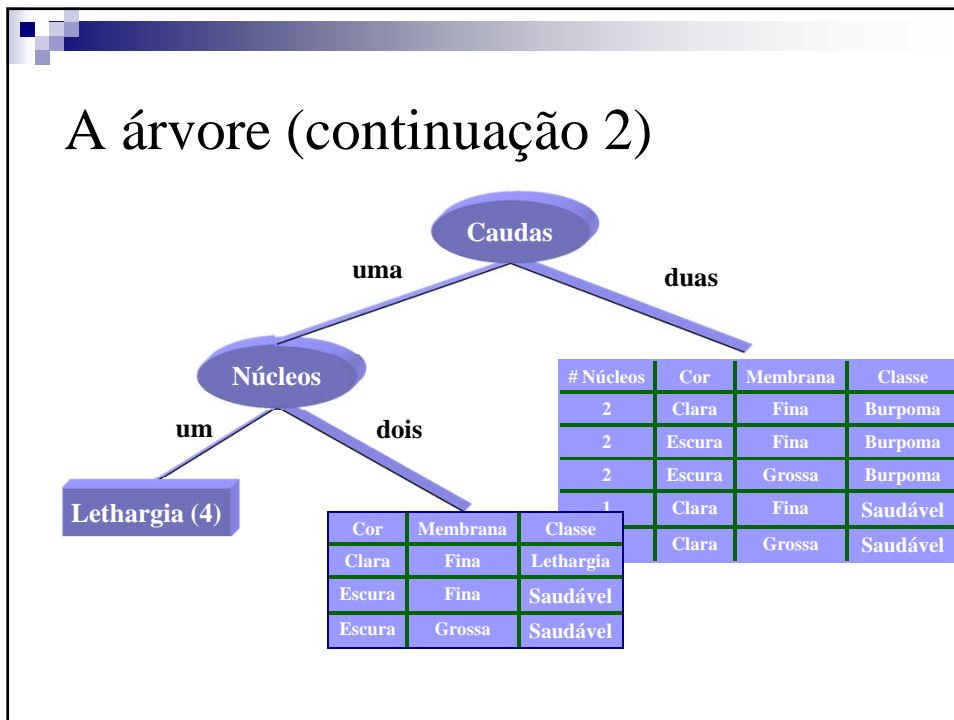
Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

A árvore (continuação 1)



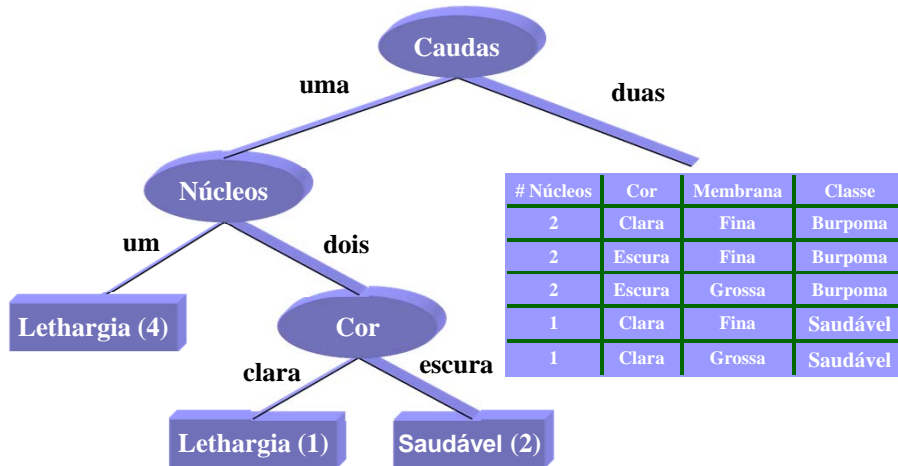
A árvore (continuação 2)



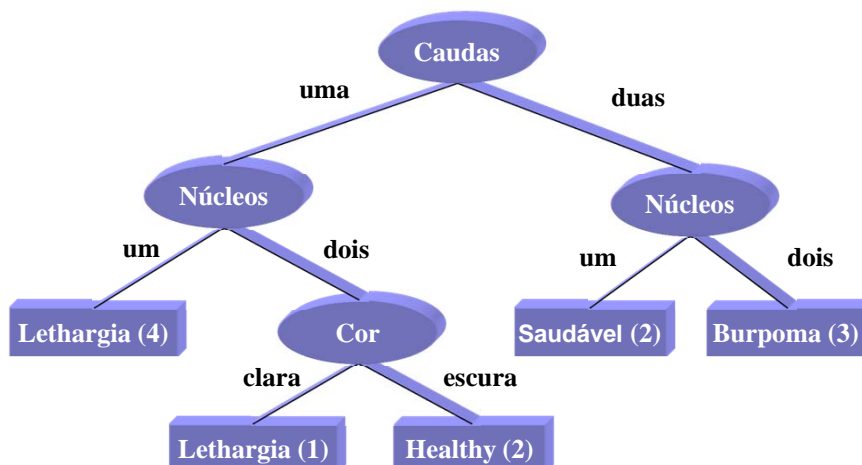
Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

A árvore (continuação 3)



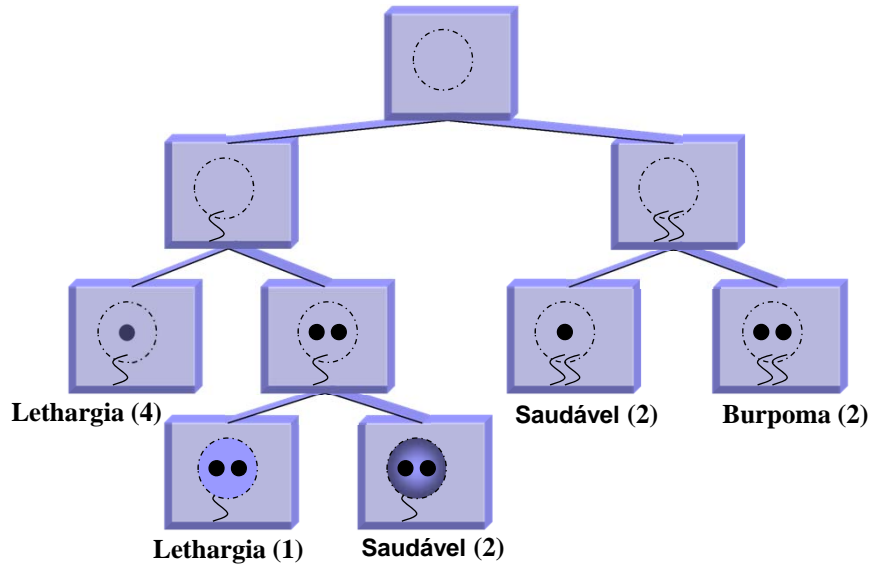
A árvore final



Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Outra interpretação



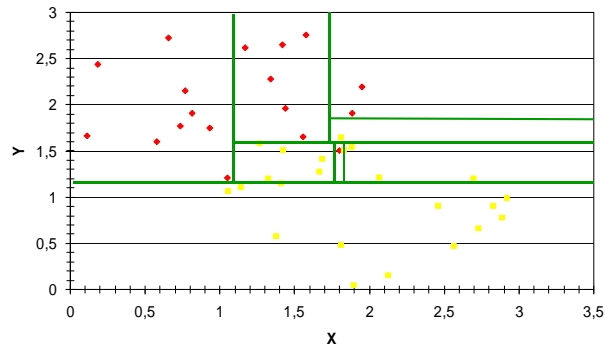
Descrição das três classes

$$\begin{aligned} & (caudas = uma) \wedge (núcleos = um) \\ & \vee \\ & (caudas = uma) \wedge (núcleos = dois) \wedge (cor = clara) \rightarrow Lethargia \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} & (caudas = duas) \wedge (núcleos = um) \\ & \vee \\ & (caudas = uma) \wedge (núcleos = 2) \wedge (cor = escura) \rightarrow Saudável \end{aligned}$$
$$(caudas = duas) \wedge (núcleos = dois) \rightarrow Burpoma$$

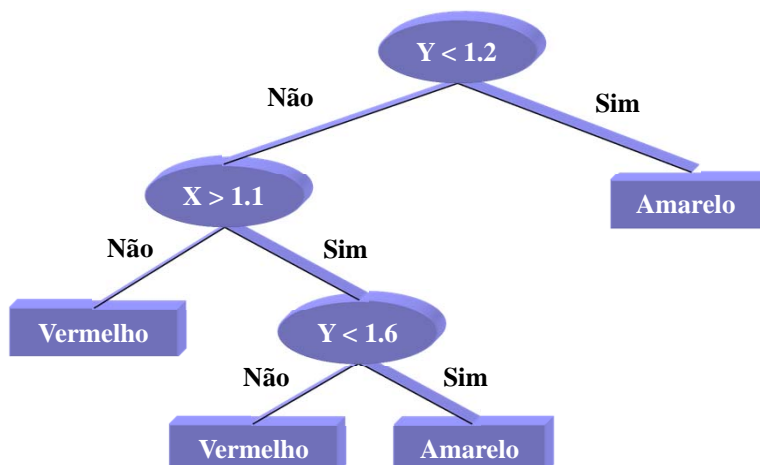
Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Outro exemplo



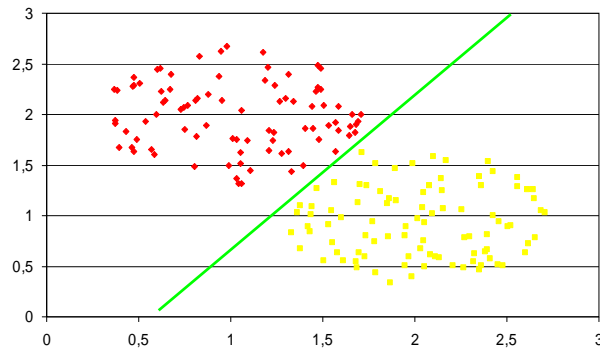
A árvore do exemplo anterior



Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Qual a melhor solução?



Critérios para escolher as partições

■ Entropia

- Ideia base: maximizar a informação
- Mede a “pureza” de um nó pela entropia que é definida como sendo

- $E = -p \log_2(p)$

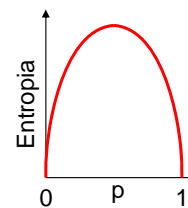
- onde p é a probabilidade dos exemplos terem uma dada classe

- Entropia de uma partição:

$$Ent(S) = \sum_{i=1}^{\#C} -p_i \log_2(p_i)$$

- Ganho da escolha do atributo A

$$Ganho(S, A) = Ent(S) - \sum_{v \in \text{Valores}(A)} \frac{\#S_v}{\#S} Ent(S_v)$$



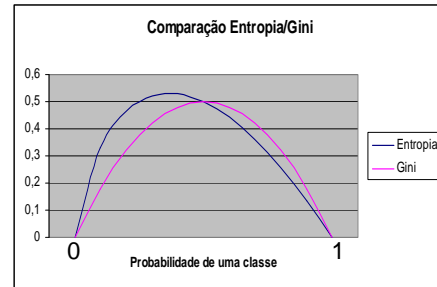
Árvores de decisão

V 1.2, V.Lobo, EN/ISEGI, 2010

Critérios para escolher as partições (2)

■ Gini

- Parecido com a entropia, mas evita o cálculo do logaritmo usando apenas $G = p(1-p)$
- No caso mais geral $G = \sum p_i$



■ χ^2

- Mede a significância da diferença entre os erros obtidos apenas com o “nó mãe” e com os “nós filhos”

Estratégias para evitar sobreaprendizagem

■ Pruning de árvores (pós-pruning)

- Eliminar as folhas que provocam erros no conjunto de treino
- Eliminar folhas até que o erro no treino seja semelhante ao erro no teste

■ Evitar crescimento demasiado

- Avaliar significância dos nós

■ Fazer backtracking, usar sempre todos os dados, etc, etc...

Bibliografia

- Mitchell, TM: 1997, *Machine Learning*, McGraw-Hill
- Langlely, P: 1996, *Elements of Machine Learning*, Morgan and Kaufmann Publishers.
- Breiman, L., J. H. Friedman, R. A. Olsen and C. J. Stone (1984). *Classification and Regression Trees*, Chapman & Hall, pp 358.