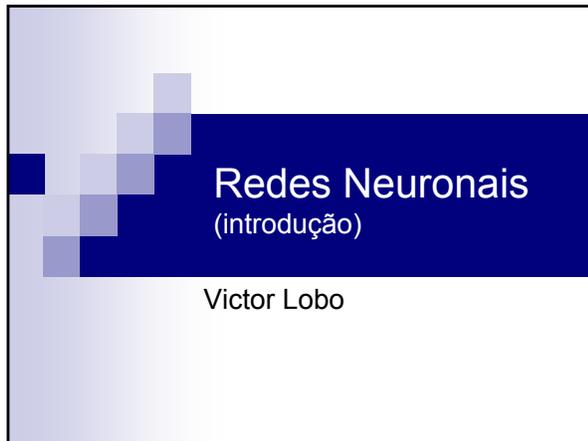


# Cap.3 - Redes Neurais – Introdução e MLP

V 3.0, V.Lobo, EN/ISEGI, 2005

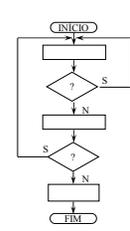


## Redes Neurais (introdução)

Victor Lobo

### Introdução

- Programação Imperativa
  - Explicita-se o algoritmo
  - Conjunto de instruções
- Inteligência Artificial
  - Usar o homem e a biologia como inspiração
  - Abordagem simbólica
    - Estudar os processos cognitivos -> Lógica, Sistemas Periciais
  - Abordagem sub-simbólica
    - Estudar os processos biológicos -> Redes Neurais



### Introdução histórica

- Ainda nos anos 50 foi sugerido que um computador podia ser "programado" simulando um conjunto de neurónios.
- Nos anos 60 foi desenvolvido muito trabalho com neurónios simples, também chamados "máquinas lineares".
- No final da década de 60 foi publicado um livro ("Perceptrons") que demonstrava a limitação dos neurónios simples, e levantava dúvidas quanto à possibilidade de usar redes complexas de neurónios. A investigação nesta área quase parou.

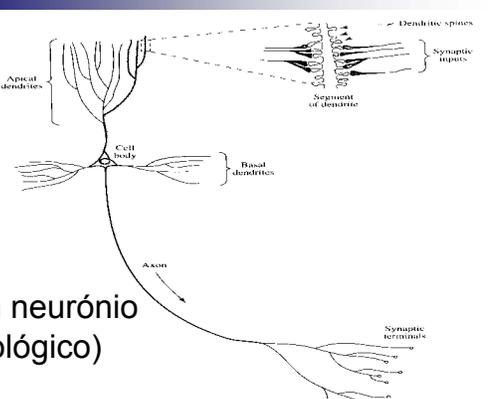
### Introdução histórica

- 1986 – Artigo de Rumelhart "re-inventa" o algoritmo de "Back-Propagation" (tinha sido descoberto em 1975 mas quase ignorado), possibilitando o treino de redes multicamada, e lançando uma euforia sobre redes neurais
- Durante a década de 80 são desenvolvidos os mapas auto-organizados (SOM) e as redes de funções de base radial (RBF), redes de Hopfield, etc, e aparecem várias aplicações práticas
- Durante a década de 90, consilida-se o uso generalizado de redes neurais, e estabelecem-se as pontes para outras áreas como a estatística

### Introdução histórica

- Principais tipos de redes neuronais
  - Perceptrões simples
  - Perceptrões multicamada (MLP) *Quase tudo...*
  - Redes de funções de base radial (RBF)
  - Mapas auto organizados (SOM)
  - Support Vector Machines (SVM)
  - Outros
    - Hopfield, Boltzman, ART, Spiking Networks, Neural Gas, etc.

### Um neurónio (biológico)



# Cap.3 - Redes Neurais – Introdução e MLP

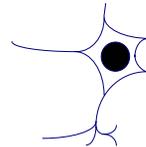
V 3.0, V.Lobo, EN/ISEGI, 2005

## Funcionamento de um neurónio biológico

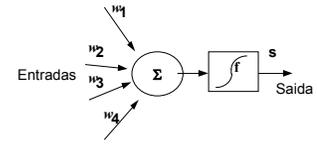
- As dendrites recebem iões através das sinapses
  - Esses iões são injectados por outros neurónios vizinhos. Quando mais excitados estiverem os vizinhos, mais iões são injectados
- O sinal eléctrico é propagado até ao núcleo
  - Se o neurónio for suficientemente estimulado, ele próprio entra em estado de excitação e começa a estimular os seus vizinhos
- Factores que condicionam a activação de um neurónio
  - As ligações que tem, ou seja os vizinhos que escolhe
  - A "força" da sua ligação a cada um desses vizinhos, i.e., a eficiência das sinapses.
  - A sua sensibilidade, i.e., o ponto a partir do qual ele dispara
- O cérebro humano tem MUITOS (  $10^{12}$  ) neurónios...

## Modelo matemático de um neurónio biológico

- McCullor & Pitts (1943)

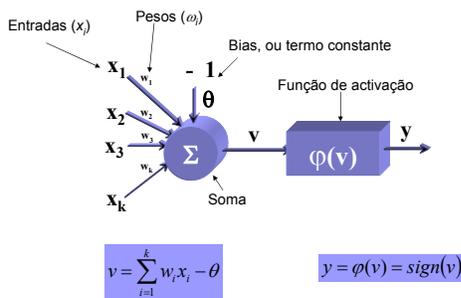


Neurónio biológico



Neurónio artificial

## Modelo mais completo



## Aprendizagem num neurónio

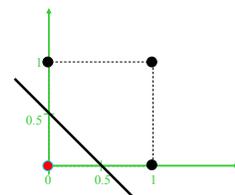
- Determinação dos pesos sinápticos
  - Como escolher os  $w$  ?
- Ideia geral:
  - Sinapses que ajudam a obter bons resultados devem ser reforçadas
  - Sinapses que livam a maus resultados devem ser enfraquecidas

## Problemas tipo

- Biologia
  - Se os neurónios da ponta dos dedos indicam muito calor -> Activar o neurónio que encontre o músculo do braço
  - Se um pé indica peso e o outro não -> Activar o neurónio responsável pelo equilíbrio
- Outros problemas
  - Se os dados sobre uma casa (preço, área, anos, etc), são bons -> Comprar a casa
  - Se os dados sobre um cliente (saldo médio, salário, idade, etc) são bons -> Conceder crédito
  - Se a imagem da câmara está a "perder a estrada" -> virar o volante
- Sempre: dadas umas entradas activar umas saídas

## Exemplo muito simples

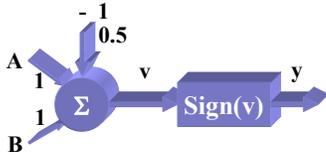
- Qual o classificador de
- | A | B | Classe |
|---|---|--------|
| 0 | 0 | 1      |
| 0 | 1 | 0      |
| 1 | 0 | 0      |
| 1 | 1 | 0      |
- Qual a rede neuronal que resolve este exemplo?



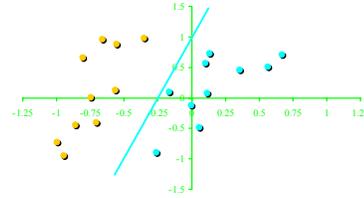
# Cap.3 - Redes Neurais – Introdução e MLP

V 3.0, V.Lobo, EN/ISEGI, 2005

## A solução



## Outro exemplo

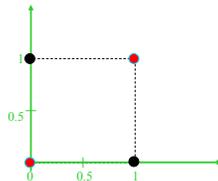


## Mais outro exemplo

- Qual o classificador de

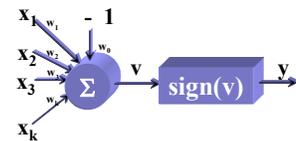
A	B	Classe
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Qual a rede neuronal que resolve este exemplo?



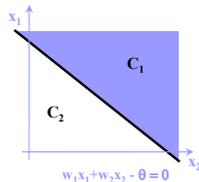
## Perceptrão simples

- O perceptrão é o exemplo mais simples de uma rede neuronal
- Consiste num único neurónio
- Permite classificar duas classes linearmente separáveis



## Regra de classificação

- Se  $x(t) = [-1, x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$ ,  $W(t) = [\theta, w_1(t), \dots, w_n(t)]^T$  então  $v(t) = W(t)^T \cdot x(t)$
- A equação do hiperplano é dada por  $v(t) = 0$
- A regra de classificação é
  - se  $W(t)^T \cdot x(t) \geq 0$  então  $x(t) = C_1$
  - se  $W(t)^T \cdot x(t) < 0$  então  $x(t) = C_2$



## Algoritmo de aprendizagem

- Dado um vector  $x(t)$
- Se  $(W(t)^T \cdot x(t) \geq 0 \wedge x(t) = C_1) \vee (W(t)^T \cdot x(t) < 0 \wedge x(t) = C_2)$  então  $W(t+1) = W(t)$  senão
    - Se  $W(t)^T \cdot x(t) \geq 0 \wedge x(t) = C_2$  então  $W(t+1) = W(t) - \eta(t) \cdot x(t)$
    - senão  $W(t+1) = W(t) + \eta(t) \cdot x(t)$

Onde  $\eta(t)$  é o ritmo de aprendizagem

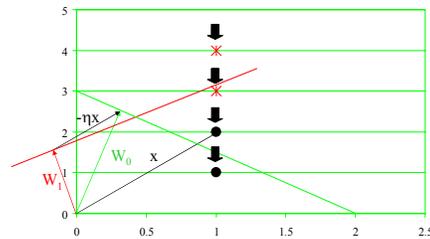
# Cap.3 - Redes Neurais – Introdução e MLP

V 3.0, V.Lobo, EN/ISEGI, 2005

## Algoritmo de aprendizagem

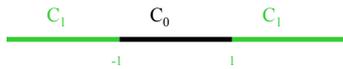
$$\begin{cases} y(t) = \text{sign}(W^T(t)x(t)) \\ \Delta W(t) = \eta(t)[d(t) - y(t)]x(t) \\ d(t) = \begin{cases} +1 & \text{se } x(t) \in C_1 \\ -1 & \text{se } x(t) \in C_2 \end{cases} \end{cases}$$

## Exemplo



## Questão

- Só é possível resolver problemas de classificação linearmente separáveis?
- Por exemplo, pode resolver-se o problema de duas classes com uma única variável, representado pela figura abaixo?



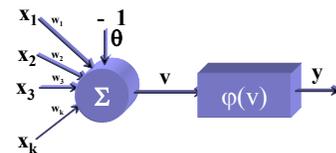
## Nota

- Se o número de variáveis for **maior do que** o número de exemplos de treino o problema de classificação é sempre **linearmente separável**

## Redes Neurais

Redes Multicamada com backpropagation

## Modelo do neurónio



em que  $\phi(v)$  pode ser

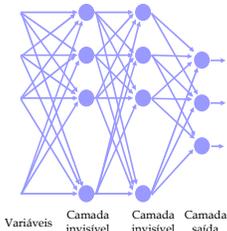
- a função sinal
- a função sigmoide
- a função tangente hiperbólica

# Cap.3 - Redes Neurais – Introdução e MLP

V 3.0, V.Lobo, EN/ISEGI, 2005

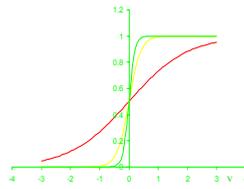
## Introdução

- Os neurónios utilizam funções de avaliação deriváveis.
- Aprendizagem supervisionada.
- O algoritmo de aprendizagem mais utilizado é o de “error back propagation”.

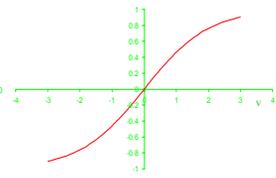


Variáveis    Camada invistvel    Camada invistvel    Camada saída

## Funções de avaliação

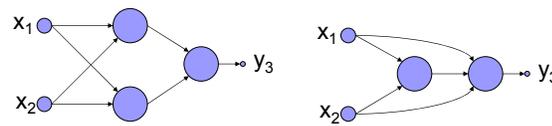
$$\phi(v) = \frac{1}{1 + e^{-kv}}$$


Sigmoide

$$\phi(v) = \frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}}$$


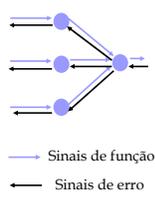
Tangente hiperbólica

## Exemplo XOR



## Sinais numa rede multicamada

- Sinais de função que se propagam desde os neurónios de entrada até às saídas.
- Sinais de erro que se propagam de uma saída para as entradas (camada a camada), através da rede.



— Sinais de função  
← Sinais de erro

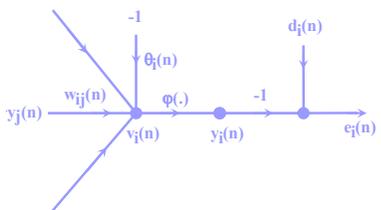
## Algoritmo de “backpropagation”

- Função de custo
 
$$\xi(n) = \frac{1}{2} \sum_{j \in O} e_j^2(n) \quad \text{erro instantâneo}$$

$$\xi_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi(n) \quad \text{erro médio}$$

em que O representa os neurónios de saída e N o número total de exemplos

## Neurónio “i”



# Cap.3 - Redes Neurais – Introdução e MLP

V 3.0, V.Lobo, EN/ISEGI, 2005

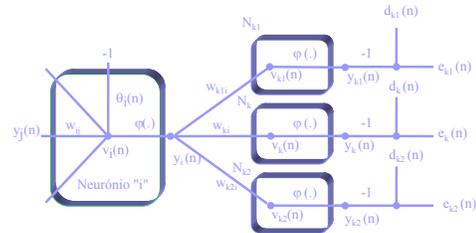
## Aplicação do método do gradiente

$$\begin{aligned} \Delta w_{ij} &= -\eta \frac{\partial \xi(n)}{\partial w_{ij}} \\ &= -\eta \frac{\partial \xi(n)}{\partial e_i(n)} \frac{\partial e_i(n)}{\partial y_i(n)} \frac{\partial y_i(n)}{\partial v_i(n)} \frac{\partial v_i(n)}{\partial w_{ij}} \\ &= -\eta e_i(n) (-1) \frac{d\phi(v)}{dv} \Big|_{v=v_i} y_j(n) \\ &= \eta \delta_i(n) y_j(n) \end{aligned}$$

em que  $\delta_i(n)$  é definido como o gradiente local e é dado por

$$\delta_i(n) = e_i(n) \frac{d\phi(v)}{dv} \Big|_{v=v_i}$$

## Neurónio "i" de um nó invisível



## Aplicação do método do gradiente

$$\begin{aligned} \Delta w_{ij} &= -\eta \frac{\partial \xi(n)}{\partial w_{ij}} \\ &= -\eta \frac{\partial \xi(n)}{\partial y_i(n)} \frac{\partial y_i(n)}{\partial v_i(n)} \frac{\partial v_i(n)}{\partial w_{ij}} \\ &= -\eta \left( \sum_k \frac{\partial \xi(n)}{\partial e_k(n)} \frac{\partial e_k(n)}{\partial y_k(n)} \frac{\partial y_k(n)}{\partial v_k(n)} \frac{\partial v_k(n)}{\partial y_i(n)} \right) \frac{d\phi(v)}{dv} \Big|_{v=v_i} y_j(n) \\ &= -\eta \left( \sum_k e_k(n) (-1) \frac{d\phi(v)}{dv} \Big|_{v=v_k} w_{ki} \right) \frac{d\phi(v)}{dv} \Big|_{v=v_i} y_j(n) \\ &= -\eta \left( \sum_k \delta_k(n) w_{ki} \right) \frac{d\phi(v)}{dv} \Big|_{v=v_i} y_j(n) \\ &= \eta \delta_i(n) y_j(n) \end{aligned}$$

## Regra delta

- A regra de aprendizagem pode ser descrita por

$$\Delta w_{ij} = \eta \delta_i(n) y_j(n)$$

- em que  $\delta_i(n)$  é o gradiente local dado por

$$\begin{cases} \delta_i(n) = e_i(n) \frac{d\phi(v)}{dv} \Big|_{v=v_i} & \text{para os neurónios de saída} \\ \delta_i(n) = \frac{d\phi(v)}{dv} \Big|_{v=v_i} \sum_k \delta_k(n) w_{ki} & \text{para os neurónios invisíveis} \end{cases}$$

## Função de avaliação: Sigmoide

- Para a camada de saída

$$\delta_i(n) = [d_i(n) - o_i(n)] o_i(n) [1 - o_i(n)]$$

- Para as camadas invisíveis

$$\delta_i(n) = y_i(n) [1 - y_i(n)] \sum_k \delta_k(n) w_{ki}$$

## Generalização da regra delta

Rumelhart (1986) propôs a regra

$$\Delta w_{ij}(n) = \alpha \Delta w_{ij}(n-1) + \eta \delta_i(n) y_j(n)$$

incluindo um termo de momento em que  $\alpha$  é a constante de momento e é positiva.

# Cap.3 - Redes Neurais – Introdução e MLP

V 3.0, V.Lobo, EN/ISEGI, 2005

## Exemplo

■ Sejam as funções

$x_1$	$x_2$	$y_3$	$y_4$
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	0

■ A Rede Neuronal

## Exemplo (cont)

## Exemplo (cont)

## Problemas com o BackProp

- É um método de gradiente, logo sujeito a mínimos locais
  - Infelizmente é normal haver muitos mínimos locais...
- É lento
- Soluções
  - Várias inicializações
  - Vários valores para o momento
  - Vários métodos de otimização dos parâmetros
- No SAS
  - Múltiplas corridas, e escolhe o melhor
  - Otimização por quasi-newton, Lavenberg-Marquadt, gradiente conjugado...

# Redes Neurais

Bibliografia